



## **ESCUELA UNIVERSITARIA DE POSGRADO**

EL USO DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS  
MATEMATICOS DE LOS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO GRADO DE  
SECUNDARIA DE LA INSTITUCION EDUCATIVA "GENERAL EMILIO SOYER  
CABERO" DEL DISTRITO DE CHORRILLOS, 2019

### **Línea de investigación:**

**Psicología de los procesos básicos y psicología educativa**

Tesis para optar el grado académico de Maestra en Psicología Educativa  
con mención en Problemas de Aprendizaje, Tutoría y Orientación  
Educativa

### **Autora:**

Flores Parreño, Patricia Isabel

### **Asesor:**

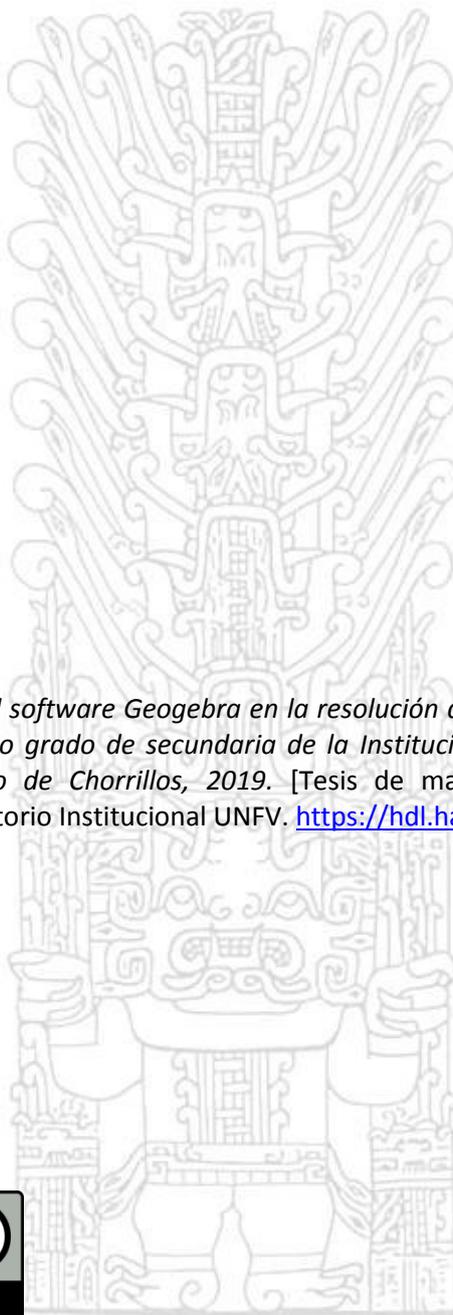
Capa Luque, Walter  
(ORCID: 0000-0003-4342-9264)

### **Jurado:**

Cruz Gonzales, Gloria Esperanza  
Aguirre Morales, Marivel Teresa  
Díaz Dumont, Jorge Rafael

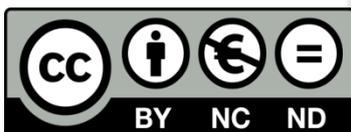
**Lima - Perú**

**2021**



**Referencia:**

Flores, P. (2021). *El uso del software Geogebra en la resolución de problemas matemáticos de los estudiantes del segundo grado de secundaria de la Institución Educativa "General Emilio Soyer Cabero" del distrito de Chorrillos, 2019*. [Tesis de maestría, Universidad Nacional Federico Villarreal]. Repositorio Institucional UNFV. <https://hdl.handle.net/20.500.13084/6069>



**Reconocimiento - No comercial - Sin obra derivada (CC BY-NC-ND)**

El autor sólo permite que se pueda descargar esta obra y compartirla con otras personas, siempre que se reconozca su autoría, pero no se puede generar obras derivadas ni se puede utilizar comercialmente.

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>



Universidad Nacional  
**Federico Villarreal**

**VRIN** | VICERRECTORADO  
DE INVESTIGACIÓN

## **ESCUELA UNIVERSITARIA DE POSGRADO**

### **EL USO DEL SOFTWARE GEOGEBRA EN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS MATEMATICOS DE LOS ESTUDIANTES DEL SEGUNDO GRADO DE SECUNDARIA DE LA INSTITUCION EDUCATIVA “GENERAL EMILIO SOYER CABERO” DEL DISTRITO DE CHORRILLOS, 2019**

Línea de investigación:  
Psicología de los procesos básicos y psicología educativa

Tesis para optar el grado académico de:  
Maestra en Psicología educativa con mención en problemas de  
aprendizaje, tutoría y orientación educativa

Autor:  
Flores Parreño, Patricia Isabel

Asesor:  
Capa Luque, Walter  
(ORCID: 0000-0003-4342-9264)

Jurado:  
Cruz Gonzales Gloria Esperanza  
Aguirre Morales, Marivel Teresa  
Díaz Dumont Jorge Rafael

Lima – Perú  
2021

**DEDICATORIA**

A Dios por otorgarme la fuerza para nunca darme por vencida.

A mis padres por ser mi ejemplo de lucha constante

A mi esposo e hijo por su amor, comprensión y apoyo incondicional.

## **RECONOCIMIENTO**

Mi especial reconocimiento para los distinguidos Miembros del Jurado:

Por su criterio objetivo en la evaluación de este trabajo de investigación.

Dra. Cruz Gonzales Gloria Esperanza

Dra. Aguirre Morales, Marivel Teresa

Dr. Díaz Dumont Jorge Rafael

Asimismo, mi reconocimiento para mi asesor:

Dr. Walter Capa Luque

Por las sugerencias recibidas para el mejoramiento de este trabajo.

Muchas gracias a todas las personas que colaboraron de una u otra manera en la ejecución de esta investigación.

## ÍNDICE

PORTADA .....	i
DEDICATORIA .....	ii
RECONOCIMIENTO.....	iii
ÍNDICE.....	iv
RESUMEN .....	viii
ABSTRACT.....	ix
I. Introducción.....	1
1.1. Planteamiento del problema.....	3
1.2. Descripción del problema .....	3
1.3. Formulación del problema .....	6
<i>1.3.1. Problema general</i> .....	6
<i>1.3.2 Problemas específicos</i> .....	6
1.4. Antecedentes .....	7
<i>1.4.1. Antecedentes internacionales</i> .....	7
<i>1.4.2. Antecedentes nacionales</i> .....	10
1.5. Justificación de la investigación .....	14
1.6. Limitaciones de la investigación.....	15
1.7. Objetivos.....	15
<i>1.7.1. Objetivo general</i> .....	15
<i>1.7.2. Objetivos específicos</i> .....	16
1.8. Hipótesis .....	16
<i>1.8.1. Hipótesis general</i> .....	16
<i>1.8.2. Hipótesis específicos</i> .....	16
II. Marco Teórico .....	17
2.1. Marco conceptual.....	17

III. Método .....	61
3.1. Tipo de investigación.....	61
3.2. Población y muestra.....	62
3.3. Operacionalización de variables .....	63
3.4. Instrumentos.....	65
3.5. Procedimientos.....	67
3.6. Análisis de datos .....	70
IV. Resultados.....	72
V. Discusión de resultados.....	80
VI. Conclusiones.....	84
VII. Recomendaciones .....	85
VIII. Referencias.....	86
IX. Anexos .....	91
Anexos A. Matriz de Consistencia.....	92
Anexo: B Instrumento de recolección de datos .....	93
Anexo C. Programa de intervención en la competencia de resuelve problemas de forma, movimiento y localización .....	101
Anexo D. Ficha de trabajo de Matemática – 01.....	105
Anexo E. Programa de intervención de la competencia de resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio .....	107

## Índice de Tablas

Tabla 1 Población de estudiantes de segundo grado de la IE “General Emilio Soyer Cabero	62
Tabla 2 Muestra de estudiantes de segundo grado de la IE “General Emilio Soyer Cabero”	63
Tabla 3 Operacionalización de la variable dependiente: Resuelve problemas .....	65
Tabla 4 Categorización del nivel de aprendizaje .....	67
Tabla 5 Estadísticos de normalidad para la variable y sus dimensiones.....	71
Tabla 6 Validez de constructo con AFE .....	72
Tabla 7 Coeficientes de consistencia interna de la Prueba de Competencias Matemáticas ...	73
Tabla 8 Análisis comparativo en la resolución de problemas matemáticos entre estudiantes del grupo control y experimental.....	75
Tabla 9 Análisis comparativo en la competencia matemática resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio matemáticos entre estudiantes del grupo control y experimental .....	77
Tabla 10 Análisis comparativo en la competencia matemática resuelve problemas de forma, movimiento y localización entre estudiantes del grupo control y experimental .....	79

## Índice de Figura

Figura 1 Software educativo de la plataforma PERUEDUCA .....	22
Figura 2 Representación simbólica en el software geogebra.....	25
Figura 3 Representación gráfica en el software geogebra .....	25
Figura 4 Representación tabular en el software geogebra .....	26
Figura 5 Representación semiótica de una situación problemática en el software geogebra ..	26
Figura 6 Vistas del software geogebra.....	28
Figura 7 Barra de menú del software geogebra .....	29
Figura 8 Barra de herramientas del software geogebra .....	29
Figura 9 Barra de entrada del software geogebra .....	30
Figura 10 Comandos del software geogebra.....	31
Figura 11 Esquema de la zona de desarrollo próximo.....	36
Figura 12 Esquema del aprendizaje por descubrimiento .....	37
Figura 13 Relación competencia, capacidades, estándares de aprendizaje y desempeño .....	42
Figura 14 Descripción de los niveles del desarrollo de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio del ciclo VI .....	48
Figura 15 Descripción de los niveles del desarrollo de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización del ciclo VI .....	52
Figura 16 Relación capacidad y fases de resolución de problemas de Miguel de Guzmán ...	66
Figura 17 Relación de sesiones de aprendizaje con el software geogebra .....	69
Figura 18 Contraste entre el GC y GE en las competencias matemáticas de RP .....	75
Figura 19 Contraste entre el GC y GE en CM resuelve problemas de REC .....	77
Figura 20 Contraste entre el GC y GE en CM resuelve problemas de FML.....	79

## RESUMEN

La investigación evalúa la influencia del software educativo geogebra en la resolución de problemas matemáticos, relacionados con la competencia matemática resuelve problemas de forma, movimiento y localización; para lo cual, la muestra de 64 estudiantes de ambos sexos, de segundo grado de secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero” del distrito de Chorrillos, de los cuales 32 estudiantes fueron asignados al grupo experimental y 32 estudiantes al grupo de control. Con el grupo experimenta se desarrollaron 15 sesiones de aprendizaje con el software geogebra con sus respectivas fichas de trabajo. El diseño empleado es cuasi-experimental con medición pre y post de los dos grupos. Se elaboró ad hoc una prueba para la evaluación de competencias en la resolución de problemas de matemática, y para su uso se verificó como idónea sus propiedades métricas de confiabilidad y validez de constructo. Los resultados evidenciaron diferencias significativas y prácticas a favor del grupo control en el pre test, tanto en la competencia general como en las dimensiones; pero, luego de aplicar el software geogebra al grupo experimental se encontró un efecto positivo a favor de este grupo, demostrando mayor capacidad para resolver problemas matemáticos empleando en el proceso de solución las cuatro fases de Miguel de Guzmán, superando los resultados del grupo control. Se concluye que el software geogebra influye directamente en la resolución de problemas matemáticos que los estudiantes desarrollan en el segundo grado de educación secundaria.

*Palabras clave:* software geogebra, resolución de problemas, competencias matemáticas.

## ABSTRACT

The investigation influence of geogebra educational software in solving mathematical problems, related to mathematical competence solves problems of regularity, equivalence and change, and mathematical competence solves problems of form, movement and location; For this, a sample of 64 students of both sexes, second grade of secondary school of the Educational Institution "General Emilio Soyer Cabero" of the district of Chorrillos, was selected, of which 32 students were assigned to the experimental group and 32 students to the group of control. With the experimental group, 15 learning sessions were developed with the geogebra software with their respective worksheets. The design used is quasi-experimental with pre and post measurement of the two groups. A test for the evaluation of competencies in the resolution of mathematical problems was developed ad hoc, and its metric properties of reliability and construct validity were verified as suitable for use. The results showed significant differences and practices in favor of the control group in the pre-test, both in the general competence and in the dimensions; But, after applying the geogebra software to the experimental group, a positive effect was found in favor of this group, demonstrating greater ability to solve mathematical problems using the four phases of Miguel de Guzmán in the solution process, surpassing the results of the control group. It is concluded that geogebra software directly influences the resolution of mathematical problems that students develop in the second grade of secondary education.

*Key words:* geogebra software, problem solving, mathematical skills.

## I. Introducción

Se está viviendo en estos últimos años un proceso de transformaciones en el sistema educativo en base a los avances de la tecnología de la información y comunicación, y al enfoque por competencia. Uno de los recursos que nos brindan las TIC, son el software educativo, como el Geogebra, que es muy versátil y nos permite experimentar, simular, representar conceptos matemáticos en el área del álgebra, la geometría y el cálculo; despertando el interés de los estudiantes para ir construyendo sus propios conocimientos.

Además, en el área de la matemática, la resolución de problemas es un tema de gran preocupación a nivel nacional y local, al obtener resultados deficientes en las pruebas estandarizadas internacionales (PISA) y nacionales (ECE), debido al desarrollo de estrategias basadas en la ejecución de algoritmos, de una manera mecánica, sin estimular la creativa y pensamiento crítico de los estudiantes.

Bajo este punto de vista, la incorporación de las TIC, como un modelo innovador pedagógico, permitirá despertar el interés y dinamizar el trabajo en el aula, Para ello se debe contar con capacitaciones continuas a los maestros, y construcciones adecuada de ambientes donde los actores principales de la educación se sientan con ganas de aprender y transmitir sus propios conocimientos, solo así se hará frente a los desafíos del nuevo milenio.

Es por ello, que en la presente investigación se utilizó el software geogebra para la resolución de problemas matemáticos relacionados con la competencia de resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio y la competencia de resuelve problemas de forma, movimiento y regularidad, permitiendo a los estudiantes que pueden desenvolverse y desarrollar sus capacidades, habilidades y destrezas, siendo un recurso pedagógico útil para el docente y el estudiante.

Por otro lado, fue necesario estructurar la investigación en: Planteamiento del Problema; Marco Teórico; Método; Resultados; Discusión de Resultados, Conclusiones, Recomendaciones, acompañada de una amplia Bibliografía; así como los Anexos respectivos.

En el Planteamiento del Problema, donde se requiere establecer nuevas metodologías que promuevan el interés del estudiante y el desarrollo de sus competencias, que se van detallando desde la descripción del problema, formulación del problema, antecedentes, justificación, limitaciones, finalizando este punto con los objetivos y las hipótesis.

Marco Teórico, contiene las diferentes definiciones acerca de las variables de estudios, el software educativo geogebra y la resolución de problemas matemáticos, que ayudan a comprender y esclarecer el contenido de la investigación, las cuales se efectuaron con recopilación, disposición y análisis de las fuentes bibliográficas actualizadas. El Método, comprende el tipo de investigación, población y la muestra que consta de 64 estudiantes de 2do grado de secundaria, además, se considera la operacionalización de las variables, instrumentos, los procedimientos y análisis de datos. Para los resultados, se muestran en tablas y gráficos los resultados de los instrumentos aplicados, así como el análisis e interpretación de los datos estadísticos, teniendo en cuenta las dos competencias matemáticas en la resolución de problemas: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio y Resuelve problemas de forma, movimiento y localización. Discusión de resultados obtenidos e interpretados a partir de la data recolectada y derivada del análisis contrastable de las hipótesis planteadas; corroborándose con los principales antecedentes de investigación que dan el sustento requerido a las hipótesis validadas. Finalmente, en las Conclusiones se presentan como se relaciona con la validez de los resultados de las hipótesis planteadas, y se presentan las recomendaciones.

### **1.1. Planteamiento del problema**

El área de matemática juega un rol importante en la comunidad educativa, está presente en todo momento del quehacer familiar y laboral, en todos los avances de la ciencia y todas las carreras tales como ingeniería, administración, economía, medicina, la docencia, etc.

En este sentido la enseñanza de la matemática ha ido cambiando progresivamente, desde la transferencia de contenidos, fórmulas, procedimientos únicos y repetitivos, que resultaban abstractos, donde el estudiante no lograba el entendimiento del porqué y para qué de lo aprendido; a una enseñanza basada en la resolución del problemas, donde el estudiante logra apropiarse de manera consciente de los conocimientos, a través de la exploración, deducción y explicación de lo realizado en situaciones cotidianas que le permita enfrentarse a los problemas que aparecen en diversos contextos en la vida cotidiana (De Guzmán, 2007).

El éxito del proceso de enseñanza de las matemáticas radica en establecer nuevas metodologías que promuevan el interés del estudiante y tenga significado en ellos, una de ellas es la enseñanza mediante los recursos tecnológicos con computadoras, internet, software educativos, dispositivos móviles y aplicaciones en red que plantean nuevos escenarios, que al ser empleados puede mejorar las estrategias de enseñanza de los docentes a efectos de transmitir los conocimientos esenciales a los estudiantes; y lograr garantizar el fomento del autoaprendizaje, es decir estudiantes capaces de comprender, analizar y realizar deducciones de la información obtenida, logrando un aprendizaje significativo al emplear con utilidad y eficacia los recursos tecnológicos. Ellos se pueden aplicar en todos los niveles de educación básica regular, y en las diferentes áreas de estudio.

### **1.2. Descripción del problema**

A nivel de los países de desarrollo, el uso de las TIC's se viene constituyendo en un elemento o herramienta primordial para el desarrollo de las actividades pedagógicas escolares,

y en sí, para una enseñanza – aprendizaje más didáctica en las diferentes materias como las matemáticas y otras; tal como señalan los autores Suasnabas et al. (2017), en que en el sistema educativo de países como Estados Unidos de Norteamérica, se llega “a disponer del equipamiento tecnológico – operativo como de la infraestructura educativa necesaria que permita a los docentes y estudiantes en acceder a las TIC’s , y con ello pueden lograr un aprendizaje significativo en sí, en las materias que se enseñan didácticamente con uso de dichas tecnologías multimedia” (p. 741).

Por su parte Baleta et al. (2017), señalan que “con el uso de las TIC’s, se viene dando una alta innovación en torno a los modos de producción y transmisión de los conocimientos necesarios para un desarrollo formativo de competitividad y de alto aprendizaje para los estudiantes” (p. 722).

A nivel nacional la aplicación de los recursos del TIC’s y el uso de los programas derivados tiene dos principales limitaciones, una es la limitada experiencia de los docentes que desconocen las amplias ventajas y oportunidades que pueden proporcionar estos recursos para incentivar, modernizar y dinamizar el proceso de enseñanza – aprendizaje y el logro de las competencias matemáticas en la resolución de problemas y la otra limitación es que las instituciones educativas estatales no cuentan con el mobiliario requerido para la utilización de los recursos tecnológicos.

Para medir los logros obtenidos en matemática a los estudiantes se les aplica dos pruebas estandarizadas:

La evaluación Pisa, es la medición del logro de los estudiantes en el área de matemática a nivel internacional, organizada por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), cada tres años y mide la capacidad del estudiante para formular, emplear e interpretar las matemáticas en diferentes contextos: personal, profesional, social y científico, relacionadas con las competencias de cantidad, cambio y relaciones, espacio y forma e

incertidumbre y datos, según los resultados en la evaluación PISA 2015, el Perú se ubicó en el puesto 61 de 69 países participantes.

La Evaluación Censal de Estudiantes (ECE), desarrollada por el Ministerio de Educación y la Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes (UMC) para conocer los logros de aprendizaje alcanzados por los estudiantes del país, en 2do grado de primaria, 4to grado de primaria y 2do grado de secundaria, en Matemática, Comprensión lectora, incluyendo en los dos últimos años Ciencia Sociales y Ciencia y Tecnología, en instituciones educativa privadas y públicas.

La ECE en el área de matemática se ha aplicado el 2015, 2016 y 2018, en base a las competencias matemáticas de resuelve problemas de cantidad, resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio, resuelve problemas de forma, movimiento y localización y resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre, según los resultados proporcionados por la UMC (2018), en el 2015, el 9,5% de escolares de segundo de secundaria llegaba a un nivel “satisfactorio” (o esperado); el 2016, el 11,5%; y el 2018 se elevó al 14,1%. Mientras que en el nivel “previo al inicio” (dificultades para resolver las preguntas más sencillas) e “inicio” (identifican información explícita y podrían comprender solo algunas partes del texto) los resultados son críticos. En “previo al inicio” del 2015 al 2018, disminuyó del 37,6% al 33,7%, y en “inicio” del 40,2% al 36,4%, lo que indica que no han logrado alcanzar las competencias matemáticas, presentado dificultades para resolver problemas.

En cuanto a los resultados en la IE “Gral. Emilio Soyer Cabero”, se han logrado mejorar con respecto a los años anteriores. En el nivel “satisfactorio”, del 18,8%, en el 2015 se incrementó al 37%, en el 2018, en el nivel “proceso”, de 18,4% (2015) se incrementó a 19,6% (2018), en “inicio” de 47,2% (2015) disminuyó al 31,7% (2018) y en el nivel “previo al inicio” del 15,6% (2015) disminuyó al 11,7% (2018). Estos resultados y los obtenidos en las sesiones de aprendizaje han permitido establecer las dificultades que tienen los estudiantes al resolver

problemas matemáticos. Entre ellas se puede mencionar las siguientes: No interpretan adecuadamente la situación planteada, poco dominio de las estrategias heurísticas, falta establecer conceptos claros para razonar un problema concreto; asimismo muestra una incorrecta aplicación de las operaciones básicas.

Como se evidencia el problema de la investigación, tiene que ver con el nivel conocimiento y las dificultades, que presentan los estudiantes de segundo grado de secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero”, en la resolución de problemas.

Una de las posibles soluciones es el uso de los recursos tecnológicos en especial del software geogebra, que constituye un apoyo importante en el proceso educativo, comparado con otros recursos educativos, debido a que permite la interacción, la reorganización y la retroalimentación de mis estudiantes; hace que el estudiante resuelva de manera pertinente y pueda desarrollar mejor sus habilidades cognitivas por la variedad de problemas que se presentan.

Es por ello que el docente debe tener conocimiento de las políticas educativas que promueven el estado para el uso y la implementación de los recursos informáticos en la formación de estudiantes autónomos y competentes.

### **1.3. Formulación del problema**

#### ***1.3.1. Problema general***

¿Cómo influye el uso del software geogebra en la resolución de problemas matemáticos de los estudiantes de segundo grado de secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero” del distrito de Chorrillos, 2019?

#### ***1.3.2. Problemas específicos***

- ¿Cómo influye el uso del software geogebra en la competencia matemática resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes en segundo grado

de secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero” del distrito de Chorrillos, 2019?

- ¿Cómo influye el uso del software geogebra en la competencia matemática resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los estudiantes de segundo grado de secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero” del distrito de Chorrillos, 2019?

#### **1.4. Antecedentes**

El Currículo Nacional de Educación Básica (2016) centra la enseñanza de las matemáticas en la resolución de problemas, siendo esta una de las grandes dificultades de los estudiantes, que se reflejan en los resultados de la prueba internacional PISA y la prueba nacional ECE, para mejorar estos resultados los docentes están en constante investigación de estrategias innovadoras, siendo una de ellas el uso de recursos tecnologías que actualmente invaden nuestra actividad diaria. En la búsqueda de alternativas para desarrollar el tema de estudio: Uso de software geogebra en la resolución de problemas, encontramos algunas fuentes que se presentan a continuación:

##### ***1.4.1. Antecedentes internacionales***

Ruíz (2018) tuvo como objetivo describir rasgos del carácter intelectual en el desarrollo del pensamiento matemático de dos estudiantes de grado décimo del Colegio Próspero Pinzón I.E.D a partir de una tarea de geometría mediada por el software geogebra. Se realizó según el enfoque cualitativo, tipo Investigación acción y el método de recolección de datos fue estudio de caso, es por ello que la población estudiada fue restringida a dos estudiantes de grado décimo del Colegio Próspero Pinzón I.E.D, empleando como instrumentos la entrevista, el diario de campo del docente investigador y las anotaciones escritas de las estudiantes. La intervención tuvo una duración de ocho sesiones de 90 minutos cada una, donde se fue desarrollando el

pensamiento en sus tres formas y seis atributos: el pensamiento creativo se manifiesta a partir de tener 1-una mente abierta y 2-curiosidad. El pensamiento reflexivo da cuenta del atributo de la 3-metacognición. El pensamiento crítico que se caracteriza en 4-búsqueda activa de la verdad, 5-comprensión y el uso de estrategias y 6-cultivo del escepticismo, a través de la presentación de un problema y la realización de preguntas y repreguntas. Los estudiantes 1 (E1) y Estudiante 2 (E2) al comienzo quieren dar una respuesta rápida a lo que se les pregunta, pues dicen lo que primero les viene a la mente o lo que ven a primera vista. Por eso es que el docente pregunta de manera paciente para que las estudiantes tomen su tiempo para reflexionar sobre lo que observan y sobre su propio pensamiento. Al momento de la interacción entre E1 y E2 se pudo observar que se atreven a ir más allá, consideran nuevas ideas y más que nada demuestran voluntad de considerar opciones alternativas, la metacognición favoreció la capacidad de pensar sobre su propio pensamiento, y monitorear sus propios procesos de pensamiento y vez de pensar en lo que más les convenía, prefieren plantearse varias posibilidades, indagan por evidencias y ponen a prueba la validez de sus respuestas, y de esta manera terminan reafirmando su pensamiento.

Carrillo (2017) su investigación tuvo como finalidad diseñar e implementar un ambiente enriquecido con TIC para la mejora de las matemáticas, específicamente sobre los sistemas de ecuaciones lineales de dos incógnitas e igualdades, por medio de una propuesta didáctica la aplicación de recursos tecnológicos como el software geogebra, material interactivo y tecnológico y el aula virtual (Moodle). Se aplicó a 30 estudiantes de los niveles de segundo, tercer y cuarto curso de la Educación Secundaria Obligatoria, desde el curso escolar 2009/2010 hasta el 2016/2017. La investigación tiene un enfoque socio-crítico, una metodología de investigación-acción, con un modelo ADDIE (Analizar, Diseñar, Desarrollar, Implementar y Evaluar), basado en el método denominado “Análisis didácticos”, para lo cual se ha empleado instrumentos cuantitativos y cualitativos siendo estos los cuestionarios, el

diario personal del docente-investigador, los grupos de discusión y exámenes tradicionales. La investigación ha obtenido como resultados la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje al integrar las TIC en el mismo, en especial al aplicar el software geogebra.

Escorihuela (2015) presentó como objetivo realizar un cambio en el modo de impartir las clases de matemática, con una participación activa de los estudiantes en su propio proceso de aprendizaje y así mejorar la adquisición de competencias en la unidad didáctica de cuerpos geométricos, esta mejora educativa se ha implementado en la clase, conformada por 16 estudiantes. Se ha utilizado la investigación – acción, siendo los instrumentos aplicados para la recolección de datos: los diarios del campo del docente investigador, observaciones de otros profesionales, cuestionarios de valoración, intercambio de información oral con los estudiantes y producciones del alumnos, lo que permitió realizar la triangulación, se puede evidenciar la mejora de los aprendizajes de los estudiantes al ser comparados los resultados de la media de la prueba inicial (15%) y prueba final (48%) luego de la intervención.

Aguilar (2014) tuvo por objetivo identificar la mejora del aprendizaje de la matemática al aplicar el método de Polya utilizando el software geogebra en la resolución de problemas ante situaciones aditivas y multiplicativas con los números naturales en los estudiantes de primer grado de secundaria, es decir se pretendió demostrar que un determinado método didáctico y el uso de un recurso educativo como ayuda tecnológica, favorecen el aprendizaje del área de matemática; con la aplicación de los cuatro pasos para solucionar un problema: primero, se comprende el problema; segundo, se elabore un plan de trabajo; tercero, se ejecute el plan; y cuarto, se mire hacia atrás, asimismo se utilizó una prueba pretest y postest cuyo instrumento fue un cuestionario, a tres grupos de primero de secundaria. En el grupo A participaron 40 estudiantes y tuvo un tratamiento tradicional, y donde a cada problema se le extraen los datos, realizaron operaciones y se le redactó una respuesta; en el grupo B participaron 38 estudiante y en él la solución de problemas se llevó a cabo mediante el método

de Polya; y en el Grupo C participaron 36 estudiantes y en él la solución de problemas con el método de Polya y el uso del software geogebra. Las pruebas de hipótesis demostraron que el uso del método produce un aumento del rendimiento académico frente a la enseñanza tradicional, pero es el uso del método junto con el software geogebra que promueve un aumento estadísticamente significativo en el rendimiento académico, al solucionar problemas de índole aditiva y multiplicativa. Aguilar fue innovador en su investigación ya que busco adoptar y adaptar un método didáctico y un recurso educativo como ayuda tecnológica para logran mejorar el proceso de la enseñanza-aprendizaje en el aula. Además, al realizar la prueba de hipótesis de igualdad de medias y de varianzas, se comparando los grupos A con el B, A con el C y B con el C. encontrando diferentes circunstancias de conocimiento después de la aplicación del tratamiento, mostrando que es el grupo C tiene el más alto rendimiento académico en resolución de problemas en situaciones aditivas y multiplicativas con respecto al grupo B y A.

#### ***1.4.2. Antecedentes nacionales***

Allca (2018) en su investigación tuvo como objetivo determinar el uso de programa informático Geogebra en la mejora del nivel de aprendizaje de las funciones matemáticas y su efecto en el desarrollo de la capacidad de razonamiento y demostración, comunicación matemática y resolución de problemas. Esta investigación es de tipo explicativo de diseño cuasi experimental, con la aplicación de la pre prueba y post prueba, en el grupo de control y grupo experimental. La muestra de estudio fue de 50 estudiantes, a 25 de ellos formaron parte del grupo control y las sesiones de intervención con el software geogebra se aplicó al grupo experimental de 25 integrantes. Para la recolección de la información se utilizaron el módulo de aprendizaje de matemática, que es un programa basado en la implementación del software geogebra en el concepto matemático de funciones como la función cuadrática, función valor

absoluto y función raíz cuadrada; y los pre y post test que miden el aprendizaje de la capacidad de razonamiento y demostración, comunicación matemática y resolución de problemas de las funciones matemáticas. Al realizar la comparación del promedio de la evaluación de inicio y final del grupo experimental, se observa que el promedio de la evaluación de inicio, fue de 10,8 y el promedio de evaluación de salida, luego que los estudiantes fueran conducidos con el uso de software geogebra fue de 14,5. Lo cual demuestra que con la aplicación de este programa educativo se mejora el logro de aprendizaje de las matemáticas.

Díaz (2017) en su investigación tuvo como objetivo determinar si el uso software geogebra influye en el aprendizaje del algebra en los alumnos del 4to. grado de educación secundaria de la Institución Educativa Trilce del distrito de Santa Anita, UGEL 06 – 2015. La investigación fue de tipo aplicada, con diseño cuasi experimental considerando a 48 estudiantes, 24 en el grupo control y 24 en el grupo experimental, los instrumentos aplicados fueron dos pruebas (pretest y postest) de carácter objetivo, cuyos ítems estuvieron directamente relacionados a las capacidades de: capacidad de razonamiento y demostración, capacidad de comunicación y capacidad de resolución de problemas. Los resultados mostraron una mejora considerable en la capacidad de razonamiento y demostración donde el 54,2% de estudiantes que obtuvieron notas entre 2,5 y 4 en la prueba de pretest, mejoran con 71% de los estudiantes que lograron notas de entre 11,7 y 13,4, asimismo con relación a la capacidad de resolución de problemas de 43,3% que obtuvieron notas entre 1 y 2,5 en la prueba de pretest, mejoraron con 58% de los estudiantes obtuvieron notas entre 13,4 y 15, 1. También al aplicar el estadígrafo de t de Student se logró demostrar las hipótesis siendo los niveles de significancia menor que 0,05.

Bermeo (2017) su investigación tuvo como objetivo determinar la influencia del software geogebra en el aprendizaje de la representación gráfica de las funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería – 2016. La investigación

está de acuerdo con en el método hipotético deductivo, el enfoque cuantitativo y el diseño de estudio pre experimental, para ello se aplicaron la pre prueba y pos prueba con una sola medición, a una población censal de 127 estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería. En los resultados generales se observa la diferencia de los rangos del post test menos el pre test después de la aplicación del software geogebra en el aprendizaje de la representación gráfica de las funciones reales, 26 estudiantes no mostraron diferencia en cuanto a la puntuación de pre y post test, sin embargo, a 95 estudiantes mostraron el efecto de la aplicación del software y en 6 estudiantes la puntuación del pre es igual a la del post test. Para la contratación de la hipótesis se asumió el estadístico de Wilcoxon, frente al resultado de tiene  $Z_c <$  que la  $Z_t$  ( $-6.305 < -1,96$ ) con tendencia de cola izquierda, lo que significa rechazar la hipótesis nula, así mismo  $p < 0,05$  confirmando la decisión, la aplicación del software geogebra influye significativamente en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial, UNI. Lima – 2016.

Ramón (2017) llevó a cabo un estudio con el objetivo de demostrar que el Programa Educativo con el uso del software geogebra desarrolla la capacidad de razonamiento y demostración, al desarrollar los temas de ángulos y triángulos en los estudiantes del segundo grado de educación secundario de la Institución Educativa “Manuel Antonio Mesones Muro, en Huarmaca, con una muestra de 36 estudiantes. La metodología fue aplicada - cuantitativa, con diseño cuasi experimental, con un grupo control y un grupo experimental, y evaluaciones de pre test y post test; esto nos permitió comparar los resultados de ambos grupos y así validar la hipótesis propuesta. La evaluación del Programa Educativo a través del pre test del grupo experimental obtuvo como resultados: Muy bueno y Bueno, ningún estudiante, Regular, el 32.00 % (13) quienes presentan dificultades, y Malo, el 68.00 % (23), son los que no han desarrollado sus competencias. En el post test experimental Muy Bueno, 72.00 % (26), son los que han alcanzado un óptimo desarrollo en la capacidad de resolución de problemas, y Bueno,

28.00 % (10) ha desarrollado un aceptable nivel de la capacidad de resolución de problemas. Se concluye que uso del software geogebra desarrolla la capacidad de razonamiento y demostración en los temas de ángulos y triángulos en los estudiantes significativamente.

Limaymanta (2016) desarrolló una investigación con el objetivo de determinar, como influye el software geogebra en el aprendizaje de funciones cuadráticas y cúbicas. Se utilizó el enfoque cuantitativo, con un tipo de investigación aplicada, de estudio experimental y diseño cuasi experimental. La técnica utilizada fue la encuesta y el instrumento utilizado para la recolección de datos fue la prueba de pretest y postest, en donde se establecen los logros de cada uno mediante indicadores. La muestra de estudio fue de 64 estudiantes de 2 secciones de las 7 secciones que hay en el primer ciclo académico. Se trabajó las sesiones con un módulo “Geogebra y el aprendizaje de funciones cuadráticas y cúbicas” estuvo centrado en el desarrollo de las capacidades de razonamiento y demostración, comunicación matemática y resolución de problemas.

Herrera (2015) examinó en su investigación, si la aplicación del software libre geogebra favorece la resolución de problemas sobre programación lineal en los estudiantes de quinto grado de secundaria de la I.E.P “Maynas” 2015. Para ello empleo el enfoque cuantitativo, de tipo experimental, con un muestreo aleatorio simple, seleccionando al azar 4 secciones de 21 estudiantes cada una, con un total de 84 estudiantes correspondientes a la muestra de estudio. En la que dos secciones de 21 estudiantes fueron sometidos al dictado de clase en la forma tradicional, y las dos secciones restantes utilizaron el software libre geogebra. Se aplicaron pruebas escritas y fichas de observación. El promedio de las notas de la prueba (postest) de resolución de problemas matemáticos sobre la programación lineal en los estudiantes del grupo experimental es mayor que en el grupo control ( $15,79 > 10,83$ ). Por lo tanto, como se puede observar la aplicación del software libre geogebra mejora significativamente el nivel de

rendimiento académico de los estudiantes del 5° grado de secundaria del colegio I.E.P. “Maynas”, Iquitos 2015.

### **1.5. Justificación de la investigación**

La investigación se sustenta por buscar nuevas estrategias de enseñanza – aprendizaje, desde la construcción de los conceptos matemáticos y su aplicación en la resolución de problemas utilizando los recursos tecnológicos, en este caso el software geogebra.

Justificación teórica; nuestra investigación plantea una estrategia de trabajo que permitirá un mejor aprendizaje en el área de matemática a través de la ejecución del software geogebra, como recurso tecnológico para la resolución de problemas relacionados a las competencias de resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio, así como de la competencia de forma, movimiento y localización, partiendo de situaciones significativas que le permitan construir sus propios conceptos matemáticos y reflexionar sobre las tareas realizadas, para el logro dichas competencias matemáticas.

Justificación práctica; la investigación se desarrolla con sesiones de aprendizaje dinámicas y fichas de trabajo fáciles de aplicar y ejecutar, que permite mejorar las competencias matemáticas de los estudiantes en la resolución de problemas con la aplicación del software educativo se desarrollan habilidades y destrezas en los estudiantes con la finalidad de formar individuos competentes y eficaces para ser entes productivos de la sociedad, asimismo la investigación promueve el autoaprendizaje y la autoconfianza de los estudiantes al enfrentarse a situaciones problemáticas nuevas, permite la interacción entre sus pares al justificar sus procedimientos y sacar conclusiones.

Justificación metodológica; esta investigación permite desarrollar las estrategias metodológicas para la resolución de problemas siguiendo las cuatro fases propuesta por Miguel de Guzmán: familiarización con el problema, búsqueda de estrategias, lleva adelante la

estrategia y, la revisión del proceso y sus consecuencias. El uso del software geogebra permitirá no solo resolver el problema, sino un aprendizaje reflexivo, al tomar conciencia de lo que tiene y necesita para solucionar la situación problemática presentada.

La presente investigación beneficiara a los docentes de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero”, con un nuevo recurso tecnológico que puede desarrollar en las sesiones de aprendizaje haciéndola más dinámicas e interactivas.

## **1.6. Limitaciones de la investigación**

En el desarrollo de la investigación se encontraron ciertas dificultades que se ha ido superando progresivamente.

A nivel bibliográfico, existen dificultades para acceder al trabajo de investigación y bibliografía actualizada, para el desarrollo de la investigación sobre la aplicación del software geogebra en la resolución de problemas.

A nivel docente y estudiantes, hay un desconocimiento del beneficio del software geogebra por los docentes y estudiantes, como estrategia de enseñanza aprendizaje para el entendimiento de los conceptos matemáticos y la resolución de problemas.

A nivel de mobiliario, no se cuenta con un aula equipada con las laptops para cada estudiante, la institución educativa ha condicionado un ambiente con 18 laptops, en la que cada laptop es utilizada por dos estudiantes.

## **1.7. Objetivos**

### ***1.7.1. Objetivo general***

Determinar la influencia del uso del software geogebra en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de segundo grado de secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero” del distrito de Chorrillos, 2018.

### **1.7.2. Objetivos específicos**

- Identificar la influencia del uso del software Geogebra en la competencia matemática resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes de segundo grado de secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero” del distrito de Chorrillos, 2018.
- Identificar la influencia del uso del software Geogebra en la competencia matemática resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los estudiantes de segundo grado de secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero” del distrito de Chorrillos, 2018.

## **1.8. Hipótesis**

### **1.8.1. Hipótesis general**

El uso del software geogebra influye positivamente en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de segundo grado de secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero” del distrito de Chorrillos, 2019.

### **1.8.2. Hipótesis específicos**

- El uso del software geogebra influye positivamente en la competencia matemática resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio de los estudiantes de segundo grado de secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero” del distrito de Chorrillos, 2019.
- El uso del software geogebra influye positivamente en la competencia matemática resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los estudiantes de segundo grado de secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero” del distrito de Chorrillos, 2019.

## II. Marco Teórico

### 2.1. Marco conceptual

#### 2.1.1. *Software educativo*

El software educativo (SE) se ha convertido en una herramienta interactiva de fácil uso para los docentes y estudiantes en el desarrollo de las sesiones de aprendizaje, ya que estimula de una manera lúdica el razonamiento lógico, refuerza lo aprendido en clase y permite el autoaprendizaje, por sus características, funciones y tipos de software utilizado, a continuación mencionaremos los aportes conceptuales de algunos autores sobre el software educativo, sus características, funciones y tipos de SE.

**2.1.1.1. Conceptos.** Cataldi (2000) define el software educativo como: “programas de computación realizados con la finalidad de ser utilizados como facilitadores del proceso de enseñanza y consecuentemente del aprendizaje, con algunas características particulares tales como: la facilidad de uso, la interactividad y la posibilidad de personalización de la velocidad de los aprendizajes” (p.18).

Por su parte, Marqués (1995) considera que el software educativo, son programas educativos o programas didácticos diseñados para facilitar la adquisición de conocimientos, como un medio para desarrollar estrategias de razonamiento y capacidades cognitivas en los estudiantes y lo apliquen a nuevas situaciones. Además las actividades interactivas que proponen el software educativo favorecen la asimilación significativa de los nuevos conocimientos en sus esquemas internos y permiten el desarrollo de estrategias de exploración, de aprendizaje a partir de los errores y de planificación de la propia actividad. Así los estudiantes podrán construir su propio conocimiento.

Careaga Butter (2001) mencionado por Pizarro (2009), define el software educativo como un “programa o conjunto de programas computacionales que se ejecutan dinámicamente según un propósito determinado. Se habla de software educativo cuando los programas

incorporan una intencionalidad pedagógica, incluyendo uno o varios objetivos de aprendizaje” (p.12).

Para Urbina (1999) el Software Educativo puede ser caracterizado no sólo como un recurso de enseñanza y aprendizaje, sino también como una estrategia de enseñanza, así el uso de un determinado software conlleva implícitamente a unas estrategias de aplicación y unos objetivos de aprendizaje.

Concluimos definiendo el software educativo como un programa que van a favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje, generando una interacción enriquecedora entre el docente y el estudiante, en donde el educador se convierte en facilitador y diseñador de situaciones de aprendizaje para desarrollar en los estudiantes sus competencias y habilidades de autoaprendizaje.

Además, con el empleo del software matemático, el docente debe ser capaz de integrar la metodología, los conocimientos teóricos y prácticos a esta herramienta, diseñando aplicaciones y problemas orientados al uso del software. Es importante que para implementar y diseñar este tipo de actividades en las sesiones de aprendizaje se requiere un buen conocimiento del software, coherencia didáctica, dominio de los campos temáticos del área de estudio que se propone a los estudiantes y ofrecer a este último una guía de cómo, cuándo y para qué utilizar esta herramienta.

**2.1.1.2. Características del software educativo.** Hay diversidad de software educativo de acuerdo a la materia de estudio (Idiomas, Matemática, Ciencias Sociales, entre otras), pero todos ellos presentan las siguientes características fundamentales según Márquez (1995).

- Facilidad de uso, son auto explicativos y con sistemas de ayuda, es decir se requiere de mínimos conocimientos informáticos para su utilización.
- Capacidad de motivación, los estudiantes pueden interesarse e involucrarse con el material educativo.

- Relevancia curricular, permitirá al docente desarrollar los procesos lógicos del pensamiento, la imaginación, la creatividad y la memoria.
- Versatilidad, se puede adaptar a cualquier recurso disponible, computadoras, laptops y otros, generando ambientes interactivos que permite un dialogo e intercambio de información entre el ordenador y el estudiante.
- Orientaciones hacia los estudiantes, control del contenido del aprendizaje, es decir, se adaptan al ritmo de aprendizaje de cada estudiante y posibilita que el estudiante asuma un papel activo en la construcción de su propio conocimiento.
- Evaluación, incluirán módulos de evaluación y seguimiento, con su respectiva retroalimentación, además van informando sobre los avances en la ejecución y los logros obtenidos.

**2.1.1.3. Funciones del software educativo.** Las funciones que tiene el software educativo en el proceso enseñanza aprendizaje dependerá del uso que determine el profesor, es así que Márquez (1995) especifica, que la funcionalidad, ventajas e inconvenientes del software al momento de su uso será el resultado de tres aspectos: las características del material, la forma como se aplica y la manera en que el profesor organice su utilización.

Las funciones que pueden realizar el software educativo son:

- a) Función instructiva, los softwares educativos proponen acciones a los estudiantes que facilita la construcción de su conocimiento, orientándolo paso a paso, los computadores actúan como medidor promoviendo actividades interactivas, a través de los programas tutoriales.
- b) Función motivadora, los softwares educativos crean expectativas en los estudiantes, desde su presentación visual (antifaz), información y las herramientas de ejecución, manteniendo por más tiempo el interés y la concentración en las actividades de aprendizaje.

- c) Función evaluadora, todo software educativo realizan una evaluación ya sea implícita, al emitir sonido para indicar errores o generar información de retorno, o explícita cuando el software presenta informe del logro de las metas obtenidas por el estudiante.
- d) Función investigadora, propicia la investigación de los estudiantes y docentes al ir descubriendo las utilidades de las herramientas proporcionadas por el software al querer construir nuevas situaciones.
- e) Función lúdica, los softwares pueden realizar actividades de formación en entornos lúdicos y de recreación para los estudiantes.
- f) Función innovadora, al incorporar este software educativo en el proceso de enseñanza aprendizaje dentro de las escuelas.
- g) Función expresiva, el software educativo brinda información con imágenes, videos, sonidos o símbolos, y los estudiantes se expresan y comunican con el computador a través del teclado, micrófono e incluso lograr la comunicación con otros estudiantes.
- h) Función metalingüística, mediante el sistema operativo se pueden lograr aprende lenguaje propio de la informática u otros idiomas.

**2.1.1.4. Tipos de software educativos.** Los tipos de software educativos son: Tutoriales, entrenadores, simuladores, juegos y evaluaciones.

Los tutoriales sirven para la presentación de la información y la guía del estudiante. A través de un dialogo entre el estudiante y el computador, presentando la información como respuestas a una o más preguntas o solución a un problema, comparando los resultados con patrones. Los entrenadores, son software diseñados para contribuir al desarrollo de una determinada habilidad (intelectual, manual o motora) en el estudiante, que lo utiliza reforzando los conocimientos que han sido analizados en una sesión de aprendizaje, a manera de práctica.

Los simuladores son software para apoyar el proceso de aprendizaje, ayudan a construir un modelo mental sobre parte del mundo real y dan la posibilidad de probarlo sin riesgos, por

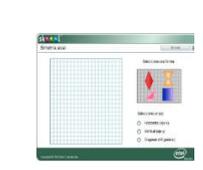
ejemplo, simular reacciones nucleares, así como superar las barreras de espacio tiempo al observar procesos que transcurren en intervalos de tiempo pequeños como la desintegración del átomo. Además, permite desarrollar el aprendizaje inductivo y deductivo de los estudiantes mediante la toma de decisiones y la adquisición de experiencias al representar una situación de la realidad, promueve el aprendizaje por descubrimiento y constructivista.

Los juegos, es simular a los simuladores con la diferencia que incorpora un nuevo componente: la acción de un competidor, el que puede ser real o virtual. Puede ser empleado para dar información, para la práctica o para la evaluación del aprendizaje. Los evaluadores, son software destinado a la evaluación del aprendizaje, siempre debe estar orientado por el docente.

Además de estos tipos de software educativo, Márquez (1995) considera los softwares constructores que son programas que tienen un entorno programable. Permite la adquisición de nuevos conocimientos a través del ensayo y error, y la reflexión que realizan al diseñar entornos, modelos o estructuras (prototipos) y comprobar de manera inmediatamente, cuando los ejecuten. Son software de programación el LOGO, PASCAL, BASIC, entre otros. El Ministerio de Educación a través de su plataforma PERUEDUCA propone algún software educativo que los docentes de matemática pueden utilizar en sus sesiones de aprendizaje, el cual se ha organizado en la figura 1.

Figura 1

## Software educativo de la plataforma PERUEDUCA

Software Educativo	Descripción
	<p><b>SCRATCH</b></p> <p>Es un lenguaje de programación que permite a niños, jóvenes y adultos crear y compartir en forma sencilla historietas interactivas, animaciones, juegos, música y arte.</p>
	<p><b>CMAPTOOLS</b></p> <p>Herramienta que nos permite organizar y representar el pensamiento a través de mapas conceptuales. Descargue, descomprima, e instale el programa. Luego ejecute el acceso directo.</p>
	<p><b>CELESTIA</b></p> <p>Es un simulador del espacio que no se limita a la superficie de la Tierra. Descargar el archivo y ejecutarlo desde la computadora.</p>
	<p><b>JCLIC</b></p> <p>Es una aplicación que contiene una serie de aplicaciones que pueden ser utilizadas para llevar a cabo diferentes actividades educativas. Descargar el archivo y ejecutarlo desde la computadora.</p>
	<p><b>GEOGEBRA</b></p> <p>Es un procesador geométrico y algebraico, es decir, un compendio de matemática con software interactivo. Descargar el archivo y ejecutarlo desde la computadora.</p>
	<p><b>CABRI II</b></p> <p>Permite construir figuras geométricas en el plano o en el espacio, crear figuras elaboradas, combinar objetos, formar expresiones algebraicas, compuestas por números, variables, operadores y parámetros. Además, interrelaciona la geometría con álgebra.</p>
	<p><b>EXELEARNING</b></p> <p>Es una aplicación que permite a los docentes crear y publicar contenidos web sin necesidad de dominar lenguaje HTML o XML. Descargar el archivo y ejecutarlo desde la computadora.</p>
	<p><b>Simetría axial</b></p> <p>Recurso con el que podremos reconocer la simetría axial de algunas figuras y diferenciar los ejes (horizontal, vertical y diagonal). Para su visualización se requiere activar el programa Adobe Flash Player.</p>
	<p><b>Medición de ángulos: agudos y obtusos</b></p> <p>Simulador que nos permitirá medir con precisión ángulos agudos y obtusos, con la ayuda de un transportador virtual. Para su visualización se requiere activar el programa Adobe Flash Player.</p>

Con la aplicación de estos software se pretende que el estudiante adquiera los conceptos matemáticos, establezca conexiones entre ellos, grafique, simplifique, realice cálculos complicados de manera rápida y planteen conjeturas.

### ***2.1.2. Software geogebra***

El software geogebra es un aplicativo informático diseñado para facilitar el aprendizaje en el tratamiento, análisis y resolución de los problemas matemáticos, constituyéndose en una de las principales aplicaciones de las tecnologías de información empleada por los docentes para el proceso de enseñanza - aprendizaje de los estudiantes en el área de matemáticas.

El software geogebra relaciona dinámicamente la geometría, el álgebra y el cálculo en un único conjunto operativo para la resolución de problemas. Este software fue desarrollado por Markus Hohenwarter en su tesis de maestría para la enseñanza matemática escolar.

El software geogebra en el campo geometría permite reconocer y realizar construcciones de los elementos básicos de la geométrica como el puntos, segmento, recta, vectores y plano, así mismo construir secciones cónicas como parábola, elipse e hipérbola y solidos geométricos que se puede modificar dinámicamente. Por otro lado, en el campo del algebra se puede ingresar funciones, ecuaciones y coordenadas directamente, mostrando su estructura algebraica y gráfica. A su vez proporciona una hoja de cálculo para ir desarrollando conceptos de estadística, probabilidades y de cálculo; con el software geogebra representamos un objeto matemático a través de diferentes perspectivas: gráficas, algebraicas, de organización en tablas, planillas y hojas de datos dinámicamente vinculadas.

Carrillo (2017) sostiene que, el geogebra “ofrece herramientas y opciones que permitirán trabajar cualquier contenido matemático, en todos los niveles educativos: primaria, secundaria o bachillerato” (p. 201).

En el aprendizaje de la matemática se requiere la conceptualización, el razonamiento, la comprensión de textos y la resolución de problemas y, Duval (2004) en su teoría de representaciones semióticas sostiene que enseñar y aprender matemática conlleva que estas actividades cognitivas requieran además del lenguaje natural o el de las imágenes, la utilización de distintos registros de representación y de expresión.

El software geogebra con su vista algebraica, vista gráfica y hoja de cálculo, permite la representación semiótica propuesta por Duval: la representación coloquial o natural, representación simbólica, representación gráfica y representación tabular.

A través de la siguiente situación problemática presentaremos las representaciones mencionadas a través del software geogebra.

**Situación problemática:** Jorge trabajo vendiendo lentes en el centro óptico See Well, recibe un sueldo diario fijo de S/.30 y S/.5 de comisión por lente vendido. ¿Cuál será su sueldo diario en relación al número de lentes vendidos?

**a) Representación coloquial**

El sueldo diario de Jorge es de S/.30 más S/.5 de comisión por cada lente vendido.

**b) Representación simbólica**

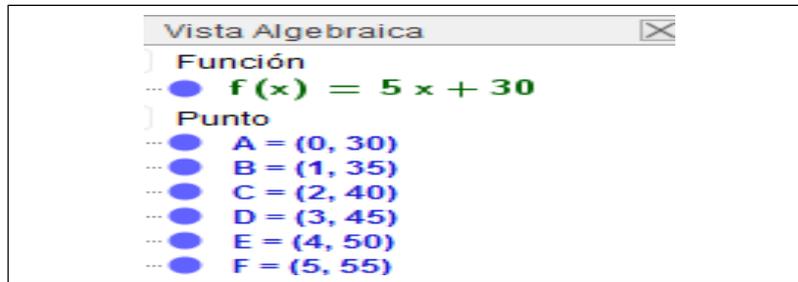
Se evidencia en la vista algebraica, expresado como una función:  $f(x) = 5x+30$ , además se observa algunos pares ordenados que relaciona el número de lentes y su sueldo diaria.

Dónde: **x**: Número de lentes vendidos

**f(x)**: Sueldo diario

Figura 2

Representación simbólica en el software geogebra

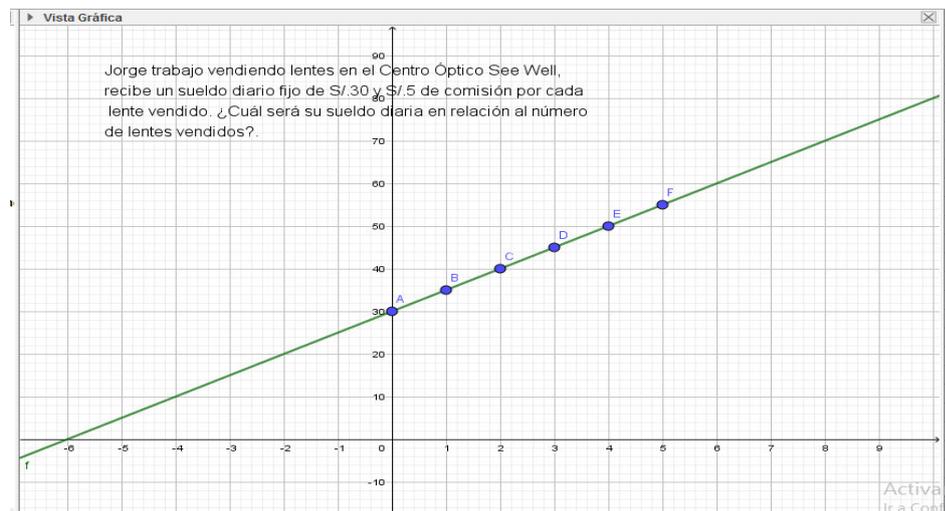


### c) Representación gráfica

Se evidencia en la vista gráfica, con la representación de una recta y los pares ordenado.

Figura 3

Representación gráfica en el software geogebra



#### d) Representación tabular

Se realiza en la hoja de cálculo, asignando en la columna A la variable independiente (Número de lentes) y en la columna B a la variable dependiente (Sueldo diario)

**Figura 4**

*Representación tabular en el software geogebra*

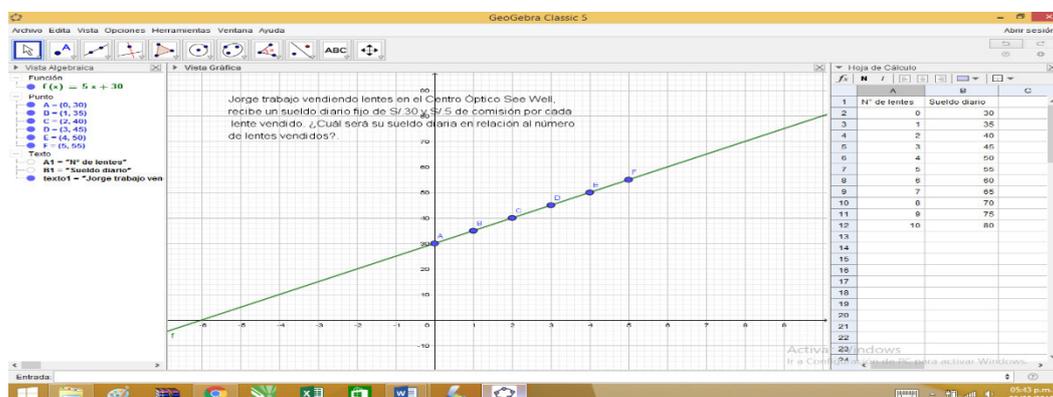


	A	B	C
1	N° de lentes	Sueldo diario	
2	0	30	
3	1	35	
4	2	40	
5	3	45	
6	4	50	
7	5	55	
8	6	60	
9	7	65	
10	8	70	
11	9	75	

De esta manera el estudiante logra la interiorización del concepto de funciones, al construir y representar los nuevos conocimientos y desarrolla la competencia matemática resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio de una forma más dinámica, estableciendo conexiones entre las diferentes representaciones semióticas que el software geogebra presenta como se muestra en la figura 5.

**Figura 5**

*Representación semiótica de una situación problemática en el software geogebra*



**2.1.2.1. Características del software geogebra.** Sánchez (2001) sostiene que el software geogebra posee los atributos genéricos que resultan adecuados para la mejora de los aprendizajes de nuestros estudiantes:

- a) **Constructividad.** Es la posibilidad de construir nuevos aprendizajes a partir de la combinación de objetos en su forma geométrica y algebraica. El software geogebra permite al estudiante construir, representar, modelar y tomar decisiones, está muy ligado al constructivismo.
- b) **Navegabilidad.** Posibilita la libre exploración en todos los espacios del software.
- c) **Interactividad.** Es la capacidad de realizar una rápida retroalimentación en el tiempo real, que posibilita una adecuada modificación y/o actualización de los datos.
- d) **Contenido.** La información que proporciona tiene un alto grado de confiabilidad, y es adaptada y organizada dependiendo del usuario.
- e) **Interfaz.** Es la presentación del software en la pantalla, por el cual interactúa el estudiante con la computadora o laptop, de tal manera que sienta la necesidad de permanecer mayor tiempo navegando y construyen nuevas estructuras.

**2.1.2.2. Estructura del software geogebra.** El software presenta tres vistas para representar un objeto matemático.

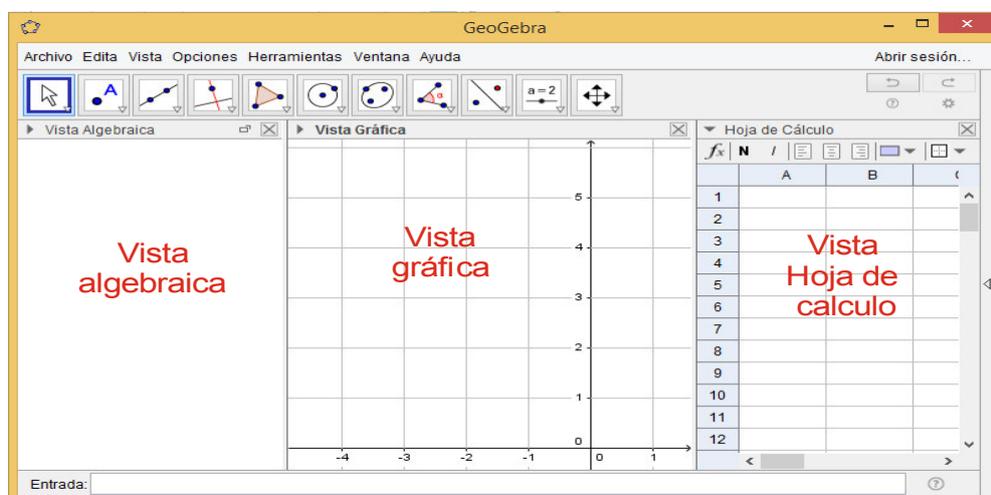
**A. Vista algebraica.** Zona donde se visualiza en forma directa los datos necesarios para representar alguna figura geométrica a través de símbolos, de tal manera que se pueda visualizar en forma oportuna. Asimismo, se permite modificar las figuras geométricas a través de ciertos comandos.

**B. Vista gráfica.** Es el espacio en que se puede observar las figuras geométricas y sus funciones con las herramientas de construcción disponibles en la barra de herramientas, el mouse o realizando construcciones geométricas a través de comandos que se introducen en la barra de entrada. Cuando se ubica un objeto en la vista grafica se denomina objeto libre y dependientes, pero si se crea a partir de herramienta donde ya está diseñado, será dependiente. La vista grafica permite la representación de los objetos matemáticos de forma bidimensional (Grafica 2D) y tridimensional (Grafica 3D).

**C. Vista hoja de cálculo.** En toda celda que tiene la hoja de cálculo del geogebra, pueden ingresarse tanto números como operaciones y formulas estructuradas.

**Figura 6**

*Vistas del software geogebra*

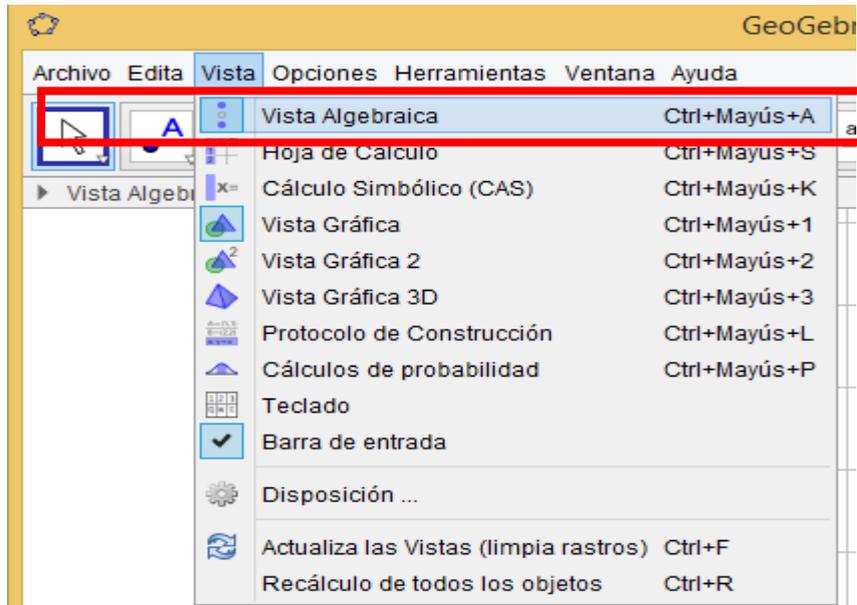


El software presenta tres componentes: Barra e Menú, barra de herramienta y barra de entrada.

**A. Barra de menú.** Se encuentra en la parte superior de la pantalla y está formada por: Archivo, Edita, Vista, Opciones, Herramientas, Ventana y Ayuda; cada una de ellas tiene a su vez otro submenú, como se muestra en la figura 7.

Figura 7

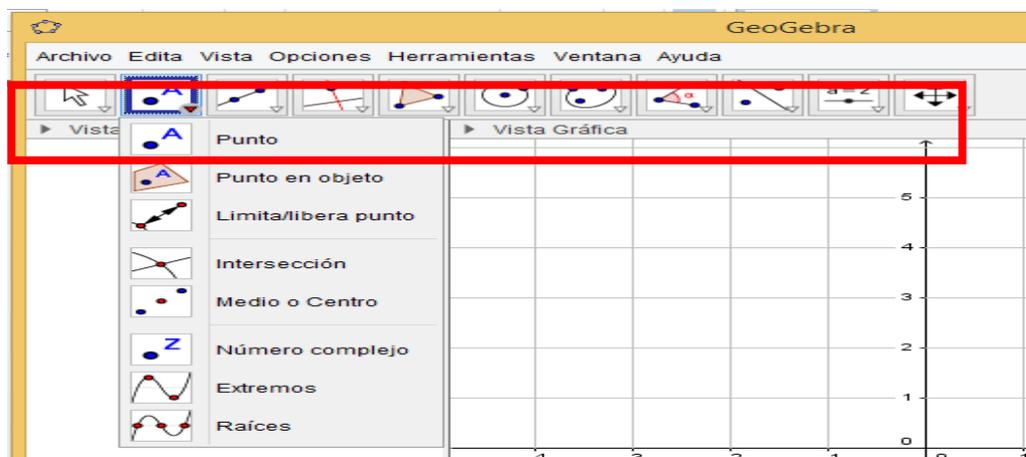
Barra de menú del software geogebra



**B. Barra de herramientas.** Permite el diseño y construcción de las figuras geométricas y sólidos geométricos, al desplegar esta barra los diferentes iconos presentan opciones específicas, como lo vemos en la figura 8.

Figura 8

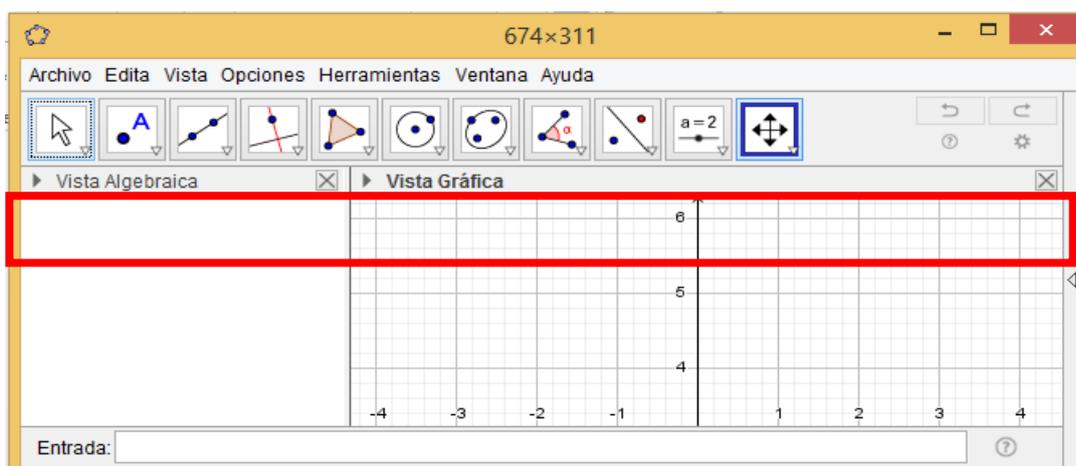
Barra de herramientas del software geogebra



**B. Barra de entrada.** Permite escribir valores, coordenadas, funciones y ecuaciones por medio de comandos o del teclado y que se representan en la vista algebraica y gráfica.

**Figura 9**

Barra de entrada del software geogebra



Los comandos son expresiones ya estructuradas que tienen ciertas condiciones que permite crear objetos o modificarlos. Se digita en la barra de entrada colocando primero el signo “=” y luego el comando.

Ejemplo:

Longitud del gráfico de la función: =Longitud [función f, punto A, punto B]

Punto de intersección de f rectas g y h: =Interseca [recta g, recta h]

**Figura 10***Comandos del software geogebra*

Nota: En la figura se muestra como ingresar el comando de función en la barra de entrada.

Además los comandos que se utilizan son símbolos que están estructurados bajo ciertas condiciones y parámetros que permiten la construcción de figuras geométricas, funciones, ecuaciones, inecuaciones entre otros conceptos matemáticos.

**2.1.3. Aplicación del software geogebra en el aula**

Los estudios realizados por Díaz (2017), Berneo (2017) y Herrera (2015) han mostrado que el uso de recursos tecnológicos, en especial del software geogebra, en el aula de clase permite la creación de ambientes de aprendizaje, cuyo propósito se centra en la reflexión, análisis e interiorización de los conceptos matemáticos a través de la representación, visualización y organización de la información proveniente de una situación problemática.

La aplicación del software geogebra en nuestra investigación inicia con la planificación de las sesiones de aprendizaje y las fichas de trabajo, bajo una estructura curricular de enseñanza–aprendizaje específico, acorde a las necesidades y requerimientos de aprendizaje de los estudiantes para poder resolver eficazmente problemas matemáticos, y con ello poder alcanzar las competencias matemáticas propuestas, con un aprendizaje significativo, reforzando y maximizando las capacidades matemáticas.

Según el Ministerio de Educación, en Orientaciones para el Trabajo Pedagógico (2014), define la planificación como:

Es el acto de anticipar, organizar y decidir cursos variados y flexibles de acción que propicien determinados aprendizajes en nuestros estudiantes, teniendo en cuenta sus aptitudes, sus contextos y sus diferencias, la naturaleza de los aprendizajes fundamentales y sus competencias y capacidades a lograr, así como las múltiples exigencias y posibilidades que propone la pedagogía - estrategias didácticas y enfoques- en cada caso. El buen dominio por parte del docente de estos tres aspectos -estudiantes, aprendizajes y pedagogía- es esencial para que su conjugación dé como resultado una planificación pertinente, bien sustentada y cuyas probabilidades de ser efectiva en el aula resulten bastante altas. (p. 9).

En toda planificación debemos considerar los siguientes aspectos: la organización de la enseñanza con su secuencia didáctica de inicio, desarrollo y cierre; la organización de tiempo, el ambiente educativo, las estrategias metodológicas y la evaluación, además precisar los materiales educativos que se van a utilizar en los aprendizajes esperados de los estudiantes.

Para la implementación del software geogebra en la programación curricular del área de Matemática, se tuvo en cuenta las competencias matemáticas que fueron abordada en este proyecto denominado “Matemática dinámica con el Software Geogebra”, fueron desarrolladas la competencia matemática resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio y, la competencia matemática resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

En el laboratorio de matemática, se da la puesta en funcionamiento del proyecto con el desarrollo de una instrucción sobre como emplear y utilizar software geogebra, para que los mismos estudiantes tengan un dominio positivo y competente del software y les facilite en su aprendizaje. Además, en cada una de las sesiones el estudiante hace uso de software geogebra para construir y representar la situación problemática presentada en las fichas de trabajo, con

la orientación del docente se reflexiona sobre el nuevo concepto matemático y se van sacando conclusiones que van registrando en su ficha, al término de la sesión los estudiantes son capaces de explicar sus procedimientos y conclusiones haciendo uso de términos matemáticos.

Por su flexibilidad, el software va permitir desarrollar en los estudiantes sus habilidades para la resolución de problemas relacionados con la competencia matemática resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio y la competencia matemática resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

## **2.2. El Constructivismo en la educación**

El constructivismo es una corriente pedagógica en la cual el conocimiento se adquiere por procesos mentales que el individuo desarrolla de manera interna, conforme va obteniendo la información e interactuando con su entorno.

Para Coll (1997) mencionado por Coloma y Tafur, “el conocimiento no es el resultado de una mera copia de la realidad preexistente, sino que es un proceso dinámico e interactivo a través del cual la información externa es interpretada por la mente que va construyendo progresivamente modelos cada vez más complejos y potentes”(pp. 199-219).

Entonces para lograr el conocimiento según el constructivismo se requiere de los conocimientos previos que son saberes y experiencias que el estudiante posee para realizar nuevas construcciones mentales, y la interacción con el medio que le permite la reconstrucción y adquisición de nuevos conocimientos, y así lograr un verdadero aprendizaje significativo; debido a la relación de los aspectos cognitivos, sociales y afectivos de los estudiantes.

Las teorías del aprendizaje que contribuyen en el sustento del constructivismo son:

**A. Teoría de Jean Piaget.** Esta teoría describe como es el proceso de adquisición de conocimiento. Según Piaget el aprendizaje y el desarrollo intelectual “es un proceso de reestructuración del conocimiento, que inicia con un cambio externo, creando un conflicto o desequilibrio en la persona, el cual modifica la estructura que existe, elaborando nuevas ideas o esquemas, a medida que el humano se desarrolla” (Saldarriaga-Bravo et al., 2016, p. 129).

Las situaciones de cambio van a permitir el aprendizaje, a través de la adaptación, que tiene dos procesos de asimilación y de acomodación. En la asimilación, el organismo afronta un estímulo externo ya sea una idea u objeto asociándolo con un esquema mental ya existente en la persona. En la acomodación, el sujeto incorpora a sus estructuras cognitivas nuevos objetos logrando la creación de nuevos esquemas o la modificación de un esquema ya existente. Con la interacción de estos dos procesos de adaptación se logra el equilibrio de las estructuras cognitivas.

Desde el punto de vista piagetiano, el conocimiento resulta de la interacción entre sujeto y objeto, es decir que el conocimiento no radica en los objetos, ni en el sujeto sino en la interacción entre ambos. De esta manera el aprendizaje está determinado por las etapas de desarrollo por las que atraviesa la formación del conocimiento. (Saldarriaga-Bravo et al, 2016)

En las escuelas tenemos estudiantes activos que elaboran información y son capaces de progresar por sí mismos, y los docentes deben favorecer este desarrollo adecuando ambientes de aprendizaje y actividades adaptadas al nivel de desarrollo del estudiante, que les permita interactúan con el objeto de aprendizaje a través de la manipulación o experimentación, produciendo un desequilibrio o conflicto cognitivo ante el objeto no asimilable, forzando de esta manera al estudiante a transformar sus esquemas asimiladores, esto es, a realizar un esfuerzo de acomodación que aquello que no es asimilable, logrando un nuevo conocimiento.

Según Piaget el conocimiento es resultado de las interrelaciones entre el sujeto y el medio, y se construye gracias a la actividad física e intelectual de la persona que aprende (González, 2012).

**B. Teoría de Lev Vygotsky.** Llamada Teoría sociocultural, porque considera que el conocimiento es un proceso de interacción entre el sujeto y el medio social y cultural (González, 2012).

Según Vygotsky para que se dé el aprendizaje en el individuo es necesario cinco conceptos fundamentales: las funciones mentales, las habilidades psicológicas, la zona de desarrollo próximo, las herramientas psicológicas y la mediación.

Las funciones mentales son de dos tipos: las inferiores y las superiores. Las funciones mentales inferiores son innatas a la persona, como las sensaciones, la memoria espontánea o inteligencia sensomotora, es limitado y responde a lo que podemos hacer, mientras que las funciones mentales superiores se adquieren y desarrollan con la interacción social, como el lenguaje y el pensamiento. Para Vygotsky, a mayor interacción social, mayor conocimiento, más posibilidades de actuar, más robustas funciones mentales.

Las habilidades psicológicas o funciones psicológicas superiores se dan en dos momentos, En el primer momento, es interpsicológico, cuando las habilidades se manifiestan en el ámbito social, al interactuar con su entorno familiar, social y cultural y, en un segundo momento, es intrapsicológico, cuando se hace propio, personal; el paso del momento interpsicológico al intrapsicológico es la interiorización, donde el individuo hace suyo el conocimiento. Para lograr adquirir la posibilidad de actuar por sí mismo y de asumir la responsabilidad de su actuar, es el resultado del proceso de interiorización que es fundamental en el desarrollo del aprendizaje: lo interpsicológico se vuelve intrapsicológico.

En cuanto a la zona de desarrollo próximo es el espacio que relaciona lo que conoce el individuo (Zona de desarrollo real) y lo que tiene que aprender (Zona de desarrollo potencial), con la interacción de padres, docentes y entorno social, que van guiando el aprendizaje.

### Figura 11

*Esquema de la zona de desarrollo próximo*



Las herramientas psicológicas son todos recursos que van a permitir el aprendizaje, el más empleado es el lenguaje porque permite una comunicación directa con los demás, también podemos considerar a la observación, experimentación, entre otros.

Y en la mediación, se da con la guía del docente de la zona de desarrollo real en tránsito a la zona de desarrollo potencial, a través de actividades donde manipulen objetos, construyan modelos y elaboren conclusiones, en un trabajo colaborativo.

**C. Teoría de Jerome Bruner.** “Bruner plantea que el niño es un ser social con una cultura y una serie de conocimiento (conocimientos previos) los cuales organiza en estructuras mentales al realizar alguna actividad y aprende cuando descubre a través de lo que ha realizado” (Gonzales. 2012, p. 17)

Considera que la persona es un sujeto activo que a través de la manipulación, observación y experimentación va descubriendo él mismo las asociaciones y relaciones entre conceptos, y lo va adaptando a su esquema cognitivo.

En este aprendizaje por descubrimiento, la persona realiza una actividad autoreguladora, en la resolución significativa del problema al comprobar las hipótesis y así lograr construir su propio conocimiento, en este proceso se estimula el pensamiento simbólico y la creatividad de la persona.

Según Gonzales (2012), Bruner establece que para construir nuevos aprendizajes se tiene que pasar por tres sistemas:

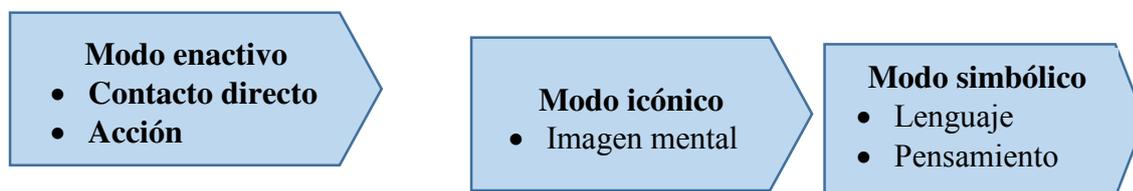
Primer sistema, modo inactivo, está referido a la inteligencia práctica, se da la manipulación o contacto directo de los objetos y la acción que realiza al resolver problemas que el medio le da, es decir es el aprender haciendo

Segundo sistema, modo icónico, que representa las cosas por medio de imágenes o esquemas independientes de la acción, nos sirve para imaginar los objetos en su ausencia y reconocer los objetos cuando cambian en cierta medida o no son exactamente los mismos.

Tercer sistema, modo simbólico, es la representación de las cosas mediante símbolos, supone el uso del lenguaje para la formación de concepto y expresar sus experiencias, el pensamiento es más abstracto y flexible.

### **Figura 12**

*Esquema del aprendizaje por descubrimiento*



La teoría del aprendizaje por descubrimiento considera importante la cualidad pedagógica del error en la generación de conocimientos, ya que a través del error nos obliga a revisar, modificar y superar las construcciones erróneas.

El docente actúa como un facilitador en el proceso de descubrimiento, guía al estudiante a que descubra y a que construya el conocimiento por sí mismos. Así mismo estimula a los estudiantes a que reflexionen sobre sus ideas y conocimientos para buscar nuevas ideas, nuevos conocimientos, nuevas metas y nuevos logros, con la interacción de cada uno con su contexto, con su medio social y adaptándolos a sus esquemas mentales.

**D. Teoría de David Ausubel.** La teoría de Ausubel considera que los estudiantes logran su aprendizaje si este es significativo; se da como resultado de la relación de un nuevo conocimiento o información con la estructura cognitiva que la persona posee, es un aprendizaje sustancial y no arbitraria (Rodríguez, 2011)

El aprendizaje será significativo para los estudiantes si se relaciona con su medio ambiente, su comunidad y su familia, es decir, lo aprendido de su entorno le será significativo

El estudiante no puede ser un simple receptor de la información; por el contrario debe ser participativo y hacer uso los aprendizajes ya adquiridos (conocimientos previos), de modo que pueda ir interiorizando los significados que los materiales educativos le ofrece para incorporarlos a sus estructuras cognitivas, identificando semejanza y diferencias, reorganizando sus conocimientos, es así que el estudiante construye su nuevo conocimiento.

Ausubel establece tres condiciones que se debe tener en cuenta para que se produzca el aprendizaje significativo: Primero, que los materiales de enseñanza deben ser organizados de forma lógica con una jerarquía conceptual, partiendo de conceptos o información más generales. Segundo, que se organice la enseñanza respetando la estructura psicológica de los estudiantes, teniendo en cuenta sus conocimientos previos y sus estilos de aprendizaje y tercero, que los estudiantes estén motivados para aprender.

### **2.2.1. Características del constructivismo en el aula**

Las características del constructivismo en el aprendizaje y la enseñanza según Tünnermann (2011) son los siguientes:

- El aprendizaje es subjetivo y personal, donde el estudiante gestiona su aprendizaje de manera interna, es decir es un proceso de auto estructurado.
- El aprendizaje es social y cooperativo, donde el estudiante aprende con la mediación o interacción con sus pares y la comunidad educativa.
- El aprendizaje es un proceso de construcción y reconstrucción de saberes culturales con actividades que el docente propone, haciendo uso de materiales o recursos educativos que permitan experimentar y construir nuevos aprendizajes.
- Los docentes deben considerar el grado de aprendizaje de los estudiantes, teniendo en cuenta su nivel de desarrollo cognitivo, emocional y social, así mismo la forma como estructura los conocimientos.
- Para dar un nuevo aprendizaje se debe tener en cuenta los conocimientos y experiencias previos que tiene el estudiante.
- El aprendizaje se produce cuando el estudiante entra en conflicto con lo que ya sabe y lo que debería saber.
- El aprendizaje contribuye al aspecto afectivo de los estudiantes, por desarrolla los siguientes factores: el autoconocimiento, el establecimiento de motivos y metas personales, la disposición por aprender, las atribuciones sobre el éxito y el fracaso, las expectativas y representaciones mutuas.
- El aprendizaje requiere contextualización: los aprendices deben presentarse con tareas auténticas y significativas culturalmente, que le sean útiles en su vida cotidiana o que le permitan explicar algunas situaciones, es decir necesitan aprender a resolver problemas con sentido.
- El docente facilita el aprendizaje de los estudiantes con materiales educativos y recursos tecnológicos que conduzcan a la construcción de un nexo cognitivos entre lo nuevo y lo familiar.

### 2.3. Competencias matemáticas

El Currículo Nacional de Educación Básica (CNEB, 2016) está elaborado basado en el enfoque por competencias, implica que los aprendizajes esperados que deben alcanzar los estudiantes están expresados en la posibilidad de “saber hacer” y no solo en “conocer”. Es decir, el estudiante es competente si integra los cuatro tipos de saberes, el saber conocer, que implica los conceptos y conocimientos; el saber hacer, que son las habilidades, destrezas y métodos de actuación; el saber ser, son las actitudes y valores; y el saber convivir, implica las relaciones con sus pares y medio que lo rodea, en situación problemática de contexto.

Para poder formar de manera integral a los estudiantes que sean capaces de enfrentarse a los retos que el mundo le presenta, el currículo nacional establece las competencias, capacidades, estándares de aprendizaje y desempeños, para cada área curricular.

En el área de Matemática, ¿qué será competencia matemática?, presentamos algunas definiciones:

Según Niss (2002) señala que poseer competencia matemática significa: poseer habilidad para comprender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos intra y extra matemáticos y situaciones en las que las matemáticas juegan o pueden tener un protagonismo. (Barrantes y Araya, 2010, p. 7).

Goñi (2008) señala que en la competencia matemática se pone en juego los siguientes aspectos: las habilidades y destrezas al reconocer e interpretar los problemas en los distintos ámbitos personal, laboral, científico y social; en la traducción al lenguaje y contexto matemático, al expresar la información de forma simbólica; en la resolución del problema haciendo uso de procedimientos adecuado; en la interpretación, formulación y comunicación de los resultados, al justificar los procesos realizados poniendo en manifiesto el conocimiento de los objetos matemáticos, atributos, relaciones, conceptos, procedimientos, operaciones,

formas de razonamiento, propiedades, representaciones, estructuras, todo ello en las diversas situaciones y problemas con que éstos puedan tomar sentido y significado (Arreguín-Alfaro et al, 2012).

Para la OCDE en las evaluaciones PISA (2015) establece que la competencia matemática es la capacidad que el estudiante tiene para formular, emplear e interpretar los problemas matemáticos en distintos contextos. Asimismo, aplica el razonamiento matemático y utiliza los conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Contribuye a que los estudiantes reconozcan el papel que tiene las matemáticas en el mundo y así puedan emitir juicios y decisiones bien fundadas, formando ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos.

La competencia no se puede recibir construida, cada estudiante construye sus propias capacidades partiendo de sus experiencias y saberes previos; esta construcción es interna con la organización psicológica; y la relación de sus pares.

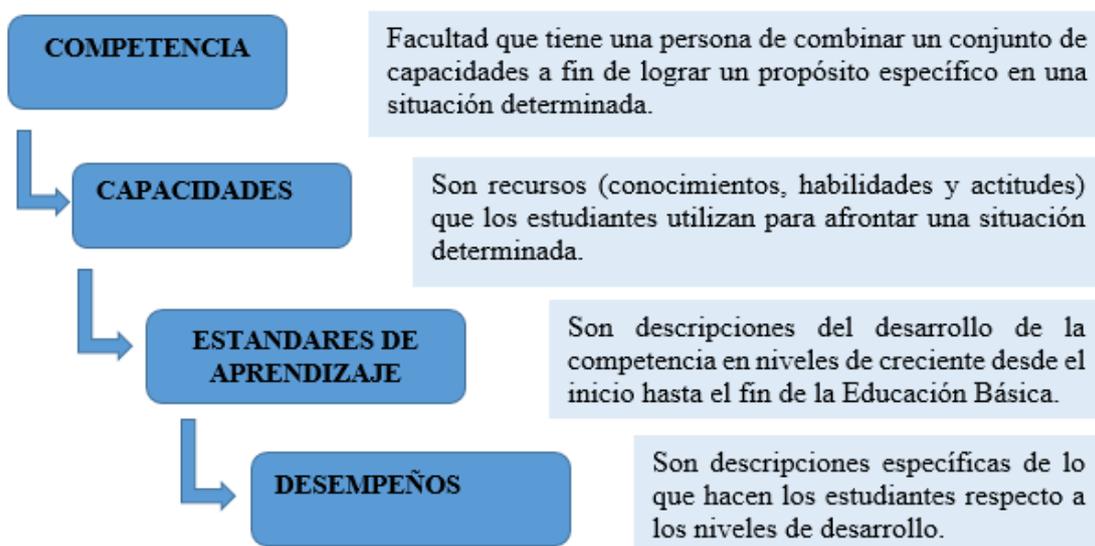
Entonces un estudiante logra una competencia matemática, cuando es capaz de enfrentarse a una situación problemática de la vida cotidiana, sea esta personal, laboral, social, científico o netamente matemático, aplicando los conocimientos matemáticos y habilidades que posee, y empleando los diferentes recursos y materiales de su entorno que le permita llegar a la solución. Además, le permitirá desarrollar habilidades socioemocionales mejorando la interacción con sus pares y la argumentación de sus ideas.

El Currículo Nacional de Educación Básica (2016) define la competencia de una forma general, “como la facultad que tiene una persona de combinar un conjunto de capacidades a fin de lograr un propósito específico en una situación determinada, actuando de manera pertinente y con sentido ético” (p.21)

El logro de las competencias es progresivo durante toda la educación básica, para ello se deben considerar las capacidades, los estándares de aprendizaje y los desempeños.

**Figura 13**

*Relación entre la competencia, capacidades, estándares de aprendizaje y desempeño*



Nota: Para lograr la competencia se deben desarrollar las capacidades, teniendo en cuenta los estándares de aprendizaje y los desempeños. Adaptado del Currículo Nacional de Educación Básica 2016.

Las competencias matemáticas propuestas por el CNEB son cuatro y corresponde a la competencia 23, competencia 24, competencia 25 y competencia 26, cada una de ellas presenta cuatro capacidades.

**Competencia 23: Resuelve problemas de cantidad.** Esta competencia busca que el estudiante comprenda las nociones de número, de sistemas numéricos, sus operaciones y propiedades; teniendo en cuenta el significado a estos conocimientos para solucionar diferentes problemas, representando o reproduciendo las relaciones entre sus datos y condiciones. También va permitir al estudiante a discernir si la solución buscada requiere darse como una estimación o cálculo exacto, para esto selecciona estrategias y procedimientos, aplica unidades de medida y diversos recursos educativos o tecnológicos. El estudiante adquiere el

razonamiento lógico en esta competencia cuando realiza comparaciones, explica a través de analogías, induce propiedades a partir de casos particulares o ejemplos, en el proceso de resolución del problema.

Esta competencia se logra cuando los estudiantes combinen sus cuatro capacidades: (CNEB,2016, p.74):

- Traduce cantidades a expresiones numéricas
- Comunica su comprensión sobre los números y las operaciones
- Usa estrategias y procedimientos de estimación y cálculo
- Argumenta afirmaciones sobre las relaciones numéricas y las operaciones.

**Competencia 24: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.** En esta competencia busca que el estudiante pueda caracterizar equivalencias, es decir situaciones de igualdades o desigualdades, generalizar regularidades, al construir patrones o establecer fórmulas de una situación, y el cambio de una magnitud con respecto de otra. El logro de esta competencia permitirá establecer reglas generales que le permitan encontrar valores desconocidos, determinar restricciones y hacer predicciones sobre el comportamiento de un fenómeno. Para ello, se plantea ecuaciones, inecuaciones y funciones, con el uso de estrategias, procedimientos y propiedades que permita resolver, graficar o manipular expresiones simbólicas en una determinada situación problemática. Así también desarrolla el razonamiento de manera inductiva y deductiva, para determinar leyes generales mediante varios ejemplos, propiedades y contraejemplos. (CNEB,2016, p.76)

Los estudiantes desarrollan esta competencia al combinar sus cuatro capacidades:

- Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.
- Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas.
- Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.
- Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.

**Competencia 25: Resuelve problemas de gestión de datos e incertidumbre.** Esta competencia busca que los estudiantes realicen una investigación, al analizar datos sobre un tema de interés o estudio o de situaciones aleatorias, que le permita tomar decisiones, elaborar predicciones razonables y conclusiones respaldadas en la información obtenida. Para ello, el estudiante recopila, organiza y representa datos que le dan insumos para el análisis, interpretación e inferencia del comportamiento determinista o aleatorio de los mismos usando medidas estadísticas y probabilísticas. (CNEB, 2016, p.78)

Los estudiantes logran la competencia al combinar las cuatro capacidades:

- Representa datos con gráficos y medidas estadísticas o probabilísticas.
- Comunica la comprensión de los conceptos estadísticos y probabilísticos.
- Usa estrategias y procedimientos para recopilar y procesar datos.
- Sustenta conclusiones o decisiones con base en información obtenida

**Competencia 26: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.** Esta competencia busca que el estudiante se oriente y describa la posición y el movimiento de objetos y de sí mismo en el espacio, visualizando, interpretando y relacionando las características de los objetos con formas geométricas bidimensionales y tridimensionales. También pueda realizar mediciones de manera directa o indirecta de la superficie, el perímetro, el volumen y de la capacidad de los objetos, y logre construir representaciones de las formas geométricas para diseñar objetos, planos y maquetas, usando instrumentos, estrategias y procedimientos de construcción y medida. Además, describa trayectorias y rutas, usando sistemas de referencia y lenguaje geométrico. (CNEB,2016, p.80)

Los estudiantes logran esta competencia al combinar sus cuatro capacidades:

- Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.
- Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas.
- Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.

- Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.

### ***2.3.1. Competencia matemática resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio***

Si observamos nuestro entorno, encontramos diversos fenómenos naturales, económicos, demográficos, como el crecimiento de las plantas, la reproducción de los virus, las fases de la luna, la inversión bancaria, el crecimiento de la población con respecto al tiempo, la velocidad de un vehículo en movimiento constante o acelerado, entre otros, que todo ciudadano se ha visto influenciado en algún momento; exigiéndole a este la necesidad de poder comprender, describir y analizar las diferentes situaciones que se les presente. Es por ello, que consideramos importante el aporte de la matemática, a través la modelización algebraica que va permitir a los estudiantes desarrollar la capacidad para analizar la situación problemática, generalizar y justificar los alcances del mismo.

Según el Mapa de progreso (2015, p. 8), esta competencia se realiza en base a tres aspectos:

- a) Interpretación y generalización de patrones, esto implica desarrollar en los estudiantes la capacidad para identificar, interpretar y representar la regularidad, entendemos por regularidad a todo aquello que presenta un orden periódico o una secuencia constante, a través de una expresión general que modele el comportamiento de sus variables, o que permitan la determinación de patrones numérico y gráficos.
- b) Comprensión y uso de igualdades y desigualdades, esto implica desarrollar en los estudiantes las capacidades para interpretar y representar los datos de una situación problemática, mediante igualdades o desigualdades, que permitan calcular los valores desconocidos y establecer sus respectivas equivalencias entre las variables.
- c) Comprensión y uso de las relaciones y funciones, esto implica desarrollar en los estudiantes las capacidades para identificar e interpretar las relaciones entre dos

magnitudes, analizar la naturaleza del cambio y modelar situaciones o fenómenos del mundo real mediante funciones, con la finalidad de formular y argumentar predicciones.

La competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio combina capacidades que nos permitirá dar solución a situaciones problemas.

- a) Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas, significa transformar lo expresado en el lenguaje verbal al lenguaje algebraico, esto se da cuando identificamos los datos, valores desconocidos, variables y relaciones de un problema, es decir construimos un modelo que generalice la interacción entre estos. También nos permite evaluar si el resultado o la expresión formulada corresponden a las condiciones de la situación problemática.

Esta capacidad está relacionada con la primera fase de la estrategia utilizada en la resolución de problema que es familiarizarse con el problema, donde los estudiantes reconocen los datos y los valores desconocidos para expresándolo en lenguaje algebraico.

- b) Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas, significa tener la capacidad de comprender la noción, concepto o propiedades de los patrones, las funciones, las ecuaciones e inecuaciones y lo expresa, estableciendo relaciones entre estas; haciendo uso del lenguaje algebraico y otras representaciones. También será capaz de interpretar información con contenido algebraico.

Esta capacidad lo relacionamos con la segunda fase de la estrategia aplicada en la resolución de problemas: Búsqueda de la estrategia, al expresar su comprensión de lo pedido en el problema con tablas, ecuaciones, etc.

- c) Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales, consiste en la selección, adaptación, combinación y aplicación de procedimientos, estrategias y algunas

propiedades para resolver las ecuaciones, inecuaciones y expresiones simbólicas que le permitan solucionar las ecuaciones, determinar el dominio y rango de una función, y representarlas gráficamente como rectas o parábolas.

Esta capacidad lo relacionamos con la tercera fase de la estrategia aplicada en la resolución de problemas: Llevar adelante la estrategia, cuando ejecuta una de las estrategias.

- d) Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia, consiste en elaborar afirmaciones de las variables, las reglas algebraicas y las propiedades algebraicas, a través del razonamiento inductivo para generalizar una regla de manera deductiva, con la comprobación de propiedades o nuevas relaciones.

Esta capacidad lo relacionamos con la cuarta fase de la estrategia aplicada en la resolución de problemas: Revisar el proceso y sacar consecuencias, cuando justifica y proceso y establece generalidades.

**Figura 14**

*Descripción de los niveles del desarrollo de la competencia resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio del ciclo VI*

<b>Capacidades matemáticas</b>	<b>Descripción de los niveles del desarrollo de la competencia</b>
Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas.	Resuelve problemas referidos a interpretar cambios constantes o regularidades entre magnitudes, valores o entre expresiones; traduciéndolas a patrones numéricos y gráficos, progresiones aritméticas, ecuaciones e inecuaciones con una incógnita, funciones lineales y afín, y relaciones de proporcionalidad directa e inversa. Comprueba si la expresión algebraica usada expresó o reprodujo las condiciones del problema.
Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas	Expresa su comprensión de: la relación entre función lineal y proporcionalidad directa; las diferencias entre una ecuación e inecuación lineal y sus propiedades; la variable como un valor que cambia; el conjunto de valores que puede tomar un término desconocido para verificar una inecuación; las usa para interpretar enunciados, expresiones algebraicas o textos diversos de contenido matemático.
Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales.	Selecciona, emplea y combina recursos, estrategias, métodos gráficos y procedimientos matemáticos para determinar el valor de términos desconocidos en una progresión aritmética, simplificar expresiones algebraicas y dar solución a ecuaciones e inecuaciones lineales, y evaluar funciones lineales.
Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia	Plantea afirmaciones sobre propiedades de las progresiones aritméticas, ecuaciones e inecuaciones así como de una función lineal, lineal afín con base a sus experiencias, y las justifica mediante ejemplos y propiedades matemáticas; encuentra errores o vacíos en las argumentaciones propias y las de otros y las corrige.

Nota: La tabla 14, establece la relación de las capacidades matemáticas con los niveles de desarrollo de la competencia correspondientes al sexto ciclo de la educación básica. Adaptado del Currículo Nacional de Educación Básica 2016

En la investigación realizada se ha tenido en cuenta esta competencia con sus cuatro capacidades considerando los campos temáticos de función lineal, función lineal afín, ecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones.

### ***2.3.2. Competencia matemática resuelve problemas de forma, movimiento y localización.***

Todo nuestro entorno y nuestra actividad cotidiana está relacionada con conceptos geométricas como la construcción de casas, edificios, puentes, el acomodar una repisa en la cocina, diseñar objetos ornamentales, organiza nuestra habitación, la representación de un lugar en planos, entre otros. Esta competencia nos permitirá desarrollar habilidades para visualizar, comunicar, dibujar, argumentar y modelar diversas situaciones geométricas.

Según el Mapa de progreso (2015, p. 8), esta competencia se realiza en base a dos aspectos:

- a) Visualización e interpretación de propiedades y relaciones de formas geométricas, implica el desarrollo de las capacidades de visualización, representación y descripción de formas geométricas, sus propiedades y atributos de medición; la estimación y medición de magnitudes utilizando unidades arbitrarias y convencionales; la formulación y argumentación de conjeturas a partir de las relaciones que encuentra entre las formas, sus propiedades y atributos medibles para resolver y modelar situaciones reales.
- b) Orientación y movimiento en el espacio, implica el desarrollo de las capacidades que permite al estudiante orientarse en el espacio; estas son: la visualización, representación y descripción de posiciones y transformaciones de objetos; la formulación y justificación de conjeturas sobre los resultados de dichas transformaciones y su comprobación al resolver y modelar situaciones reales.

Esta competencia combina las siguientes capacidades que nos permitirá dar solución a situaciones problemas.

- a) Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones, consiste en construir un modelo que reproduzca las características de los objetos, sus elementos y propiedades a través de formas geométricas, así mismo su localización, movimiento, ubicación y transformaciones en el plano. También permite evaluar si el modelo cumple con las condiciones dadas en el problema.

Esta capacidad está relacionada con la primera fase de la estrategia aplicada en la resolución de problema Familiarizarse con el problema, al realizar la representación gráfica de las condiciones del problema y reconocer sus elementos y propiedades del objeto geométrico.

- b) Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas, consiste en comunicar su comprensión de las propiedades de las formas geométricas, sus transformaciones y la ubicación en un sistema de referencia; es también establecer relaciones entre estas formas, usando lenguaje geométrico y representaciones gráficas o simbólicas.

Esta capacidad lo relacionamos con la segunda fase de la estrategia aplicada en la resolución de problemas: Búsqueda de estrategias, al comunicar de forma simbólica o grafica el entendimiento sobre las formas geométricas y las relaciones entre ellas, que le permitan proponer estrategias que lo lleven a solucionar el problema.

- c) Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio, esta capacidad permite al estuante seleccionar, adaptar, combinar o crear, una variedad de estrategias, procedimientos y recursos para construir formas geométricas, trazar rutas, medir o estimar distancias y superficies, y transformar las formas bidimensionales y tridimensionales.

Esta capacidad lo relacionamos con la tercera fase de la estrategia aplicada en la resolución de problemas: Llevar adelante la estrategia, es la aplicación de una de las estrategias propuestas para la solución del problema.

- d) Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas, permite a los estudiantes elaborar afirmaciones de las posibles relaciones entre los elementos y las propiedades de las figuras geométricas; basado en la exploración o visualización. También justificar, validar o refutar dichas afirmaciones, basadas en su experiencia, ejemplos o contraejemplos, y los conocimientos de las propiedades geométricas; usando el razonamiento inductivo o deductivo.

Esta capacidad está relacionada con la cuarta fase de la estrategia aplicada en la resolución de problemas: Revisar el proceso y sacar consecuencia, al argumentar los procedimientos utilizados en la resolución del problema va sacando conclusiones de las propiedades y relaciones de las formas geométricas.

**Figura 15**

*Descripción de los niveles del desarrollo de la competencia resuelve problemas de forma, movimiento y localización del ciclo VI*

<b>Capacidades matemáticas</b>	<b>Descripción de los niveles del desarrollo de la competencia</b>
Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones.	Resuelve problemas en los que modela características de objetos mediante prismas, pirámides y polígonos, sus elementos y propiedades, y la semejanza y congruencia de formas geométricas; así como la ubicación y movimiento mediante coordenadas en el plano cartesiano, mapas y planos a escala, y transformaciones.
Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas	Expresa su comprensión de las formas congruentes y semejantes, la relación entre una forma geométrica y sus diferentes perspectivas; usando dibujos y construcciones. Clasifica prismas, pirámides, polígonos y círculos, según sus propiedades.
Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio.	Selecciona y emplea estrategias, procedimientos y recursos para determinar la longitud, área o volumen de formas geométricas en unidades convencionales y para construir formas geométricas a escala.
Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas	Plantea afirmaciones sobre la semejanza y congruencia de formas, entre relaciones entre áreas de formas geométricas; las justifica mediante ejemplos y propiedades geométricas.

Nota. En la figura se establece la relación de las capacidades matemáticas con los niveles de desarrollo de la competencia correspondientes al sexto ciclo de la educación básica. Tomado del Currículo Nacional de la Educación Básica (2016, p.80-81).

En la investigación realizada se ha tenido en cuenta esta competencia con sus cuatro capacidades considerando los campos temáticos de ángulos formados por rectas paralelas, polígonos y sólidos geométricos.

#### **2.4. Resolución de problemas**

La enseñanza de la matemática con el presente currículo nacional, se basa en el enfoque de resolución de problemas, en la que, nos solo se tiene en cuenta el resultado sino todos el

proceso de solución que permitirá a los estudiantes entender el significado e importancia de la matemática en nuestra vida.

#### ***2.4.1. Enfoque basado en la resolución de problemas matemáticos***

Los docentes del área de matemática actualmente tienen el reto de innovar e introducir cambios en la enseñanza tradicional de la matemática, en sus diferentes áreas de estudio aritmética, álgebra, geometría, trigonometría y estadística, donde se presentan dificultades en la abstracción de los conceptos fundamentales y su aplicación en situaciones problemáticas.

Cortes y Galindo (2017) consideran la resolución de problemas como fuente de aprendizaje y desarrollador de competencias, donde los estudiantes planifican e investigan las diversas formas de conceptualizar y aplicar los procesos matemáticos con métodos más prácticos y aplicados a situaciones de la vida real.

Pérez y Ramírez (2011) señalan que la resolución de problemas es una herramienta didáctica poderosa para desarrollar las habilidades entre los estudiantes, asimismo es una estrategia de fácil transferencia para la vida, puesto que permite al estudiante enfrentarse a situaciones y problemas cotidianos que deberá resolver con conceptos matemáticos. Además señala que la resolución de problemas es fundamental en la enseñanza debido a que estimula diferentes capacidades como: crear, inventar, razonar y analizar situaciones, cuando el estudiante se enfrenta a una situación problemática.

La propuesta del Ministerio de Educación en las Rutas de Aprendizaje (2015), es que la enseñanza y el aprendizaje se logra a través del enfoque de resolución de problemas, es decir, la matemática adquiere mayor significado y se logra su aprendizaje cuando se aplica a situaciones de la vida real. Los estudiantes se sentirán satisfechos cuando puedan relacionar y aplicar cualquier aprendizaje matemático nuevo con algo que ya saben y con su vida cotidiana. Denominando a este proceso matemática para la vida, donde el aprendizaje se genera en el contexto de la vida y sus logros van hacia ella.

El enfoque de resolución de problemas cambia nuestra forma de enseñar las matemáticas, de la forma tradicional, memorística y centrada en los conocimientos, que considerábamos necesarios para resolver problemas; a una metodología más significativa, que consiste en promover el desarrollo del aprendizaje de las matemáticas de tres formas: A través de la resolución de problemas, sobre la resolución de problemas y para la resolución de problemas.

Cuando se enseñar “a través de la resolución de problemas”, implica abordar los contenidos conceptuales a partir del problema que constituyan un desafío; el docente propone una situación problemática del entorno del estudiante y en el proceso de resolución se van construyendo significados, organizando objetos matemáticos y generando nuevos aprendizajes en un sentido constructivista. Por consiguiente, el estudiante por iniciativa propia o por efecto de la comunicación con sus pares va construyendo el conocimiento, extendiendo sus saberes y superando los conflictos, y el docente tendrá que brindar los recursos necesarios.

Cuando se enseña “sobre la resolución de problemas”, se refiere a aprender acerca de los procesos y estrategias cognitivas que aplicamos cuando resolvemos un problema. La intención es que los estudiantes adquieran conciencia sobre sus procesos mentales y sus estrategias, y desarrollen habilidades para controlarlos en forma consiente y deliberada. El estudiante tiene que reflexionar sobre el mismo proceso de la resolución de problemas desde la planificación, los conocimientos, las estrategias heurísticas, los recursos, los procedimientos y las capacidades matemáticas movilizadas en el proceso.

Cuando se enseña “para resolver problemas”, consiste en explicar conceptos matemáticos y luego enfrentar a los estudiantes de forma permanente a nuevas situaciones y problemas.

Los rasgos principales del enfoque centrado en la resolución de problemas son los siguientes, según el Ministerio de Educación (2015, p14) señala: “La resolución de problemas

debe plantearse en situaciones de contextos diversos: situaciones matemáticas, sociales, económicas y científicas; pues ello moviliza el desarrollo del pensamiento matemático”.

- a) La resolución de problemas sirve de escenario para desarrollar competencias y capacidades matemáticas.
- b) La matemática se enseña y se aprende resolviendo problemas. Los estudiantes al resolver problemas construyen nuevos conceptos matemáticos, descubren relaciones entre entidades matemáticas y elaboran procedimientos matemáticos, vinculando en el proceso experiencias, conceptos, procedimientos y representaciones matemáticas.
- c) Los problemas deben responder a los intereses y necesidades de los estudiantes; es decir, deben ser interesantes y constituir desafíos genuinos para los estudiantes, que los involucren realmente en la búsqueda de soluciones.

En conclusión, la enseñanza de la matemática basada en el enfoque de resolución de problemas pretende que el docente proponga situaciones problemáticas de alto nivel cognitivo, que permita poner de manifiesto las capacidades matemática adquiridas tales como: analizar, descubrir, elaborar hipótesis, confrontar, reflexionar, argumentar y comunicar ideas; y así tener un estudiante independiente, que al relacionar el conocimiento matemático y el mundo que lo rodea, va aprendiendo y organizando su saber cómo parte de su construcción personal y profesional.

#### ***2.4.2. Estrategia de Miguel de Guzmán en la resolución de problemas***

Para la resolución de problemas hay diferentes propuestas realizadas por investigadores, Blanco (1996) mencionada las siguientes estrategias.

Wallas (citado por Blanco, 1996) considera cuatro fases: La preparación, que es la recolección de información e intentos preliminares de solución; Recolección de información,

consiste en dejar el problema de lado para realizar otras actividades o descansar; Iluminación, es cuando se produce la aparición de las ideas clave para la resolución.

Polya (1992) para resolver un problema considera cuatro pasos: Comprender el problema, elaborar un plan, ejecutar el plan y visión retrospectiva.

Schoenfeld (1985) entiende el proceso de resolución de problemas como un camino en zigzag y marchas hacia atrás y hacia adelante, en cuatro fases: Análisis, exploración, ejecución y comprobación.

Mason-Burton-Stacey (1982) tres fases: Abordaje, ataque y revisión.

Miguel de Guzmán en su modelo de resolución de problemas partió de las ideas de Polya, Mason, Butron y Stacey y de los trabajos de Shoefeld, en la que el estudiante desarrolla sus propios métodos de pensamiento, examinando y remodelando sus procesos de resolución de problemas en forma sistemática.

Para nuestro estudio aplicaremos la estrategia de Miguel de Guzmán en el proceso de resolución de problemas. Miguel de Guzmán (1995) señala que para abordar y resolver un problema matemático se debe tener una actitud adecuada, esto implica confianza en uno mismo, tranquilidad en el momento de familiarización y solución del problema, disposición para aprender nuevas estrategias al comparar tus procesos de pensamientos con los de otros, curiosidad y gusto por los retos.

Pero en el proceso de solución de los problemas se presentan bloqueos que nos impide la utilización al máximo de nuestra capacidad. De Guzmán (1995, p. 27-82) señala tres tipos de bloqueos:

- a) Bloqueos de origen afectivos, relacionado con el estado anímico y emocional de la persona, considerando los siguientes: apatía, abulia, pereza ante el comienzo, miedos (al fracaso, al ridículo, al examen), ansiedad por acabar y repugnancia ante tareas aburridas o rutinarias.

- b) Bloqueos de tipo cognoscitivo, referido a los conocimientos y experiencias adquiridas, y su puesta en práctica al abordar un problema. Se presentan en dos momentos: en el tratamiento del problema, cuando no podemos desglosar el problema convenientemente y en el ataque al problema.
- c) Bloqueos culturales y ambientales, referidos a la forma de pensar que se van transmitiendo durante la formación académica, como creer que la respuesta correcta es única, seguir métodos rutinarios que a veces no funcionan y no considerar la imaginación y la fantasía en la resolución de problemas.

De Guzmán (1995) propone una estrategia para la resolución de problemas considerando cuatro fases:

**A. Fase 1: Familiarizarse con el problema.** Se busca informarse sobre el problema, es decir reconocer sus elementos y establecer conexiones entre ellos, siguientes pasos: “entender la situación a fondo; con tranquilidad, sin apresuramientos y a su propio ritmo, para ello se realiza una lectura pausada, expresando su parecer de la situación leída, luego se extraerá los datos y definirá lo que se pide” (De Guzmán, 1995 p.142).

El estudiante realiza esta fase con una lectura de la situación problemática, luego expresa lo entendiendo utilizando su propio lenguaje, se puede apoyar en el subrayado para reconocer los aspectos más resaltantes necesarios para la resolución del problema, se anotan los datos, las incógnitas y se establecen las conexiones entre ellas.

**B. Fase 2: Búsqueda de estrategia.** Al entender el problema, buscamos caminos de solución, en esta fase se anotarán todas las estrategias que nos surjan relacionados con el problema, sin descartar ninguna.

Entre las estrategias heurísticas propuestas por De Guzmán tenemos:

- a) Empezar por lo fácil. Esta estrategia propone realizar problemas sencillos que tenga similitud con el problema propuesto inicialmente que es difícil de comprender por ser extensos y tener varios elementos,
- b) Experimenta. En las matemáticas encontramos propiedades generales de los números y figuras, que para su demostración y generalización requiere ir experimentando con muchos valores. Es considerada como una de las estrategias más fructíferas para el descubrimiento y la resolución de problemas.
- c) Haz un esquema, figura o diagrama. Para la organización de los datos de varios problemas es conveniente estructurar un esquema, figura o diagrama en el que consideramos los datos más relevantes descartando aquellos que no sean necesarios. “De esta forma pueden quedar resaltadas visualmente las relaciones entre los aspectos importantes del problema y de ahí muy a menudo se desprenden luces que clarifican sustancialmente la situación” (De Guzmán, 1995, p 169).
- d) Escoger un lenguaje adecuado, una notación apropiada. Para la resolución de un problema depende fundamentalmente de que el estilo de pensamiento se aplique que puede ser útil en ciertas circunstancias y totalmente nulas en otras. Existe el lenguaje de la lógica, el de la matemática, el lenguaje analógico que se sirve de modelos, de manipulaciones, el lenguaje imaginativo, pictórico, que trabaja con figuras, esquemas, diagramas, el lenguaje geométrico, algebraico, analítico, probabilístico, entre otros. “Una misma situación, un mismo problema puede abordarse con diferentes herramientas mentales, pero muy frecuentemente alguna es mucho más efectiva que las otras” (De Guzmán, 1995, p 179).
- e) Busca un problema parecido. A medida que se va resolviendo problemas, uno va adquiriendo experiencia que permitirá reconocer situaciones similares en el problema, que te proporcionarán estrategias válidas para el que tienes entre mano.

- f) Inducción. Es uno de los métodos de demostración más frecuente en algunos campos de la matemática.
- g) Supongamos el problema resuelto. Es una estrategia del pensamiento matemático que consiste en suponer el problema resuelto. Al imaginar el problema resuelto, aparecen los datos más cercanos a lo que buscamos y más fácilmente encontraremos el camino desde donde estamos a donde queremos llegar.

**C. Fase 3: Lleva adelante la estrategia.** Consiste en seleccionar una de las estrategias de la fase anterior y ejecutarla en la resolución del problema, para ello debes tener en cuenta lo siguiente:

- a) Actúa con flexibilidad.
- b) Pon en práctica la estrategia elegida, con seguridad y confianza en ti mismo; si al resolver el problema se te ocurre otra idea no la descartes.
- c) No te rindas fácilmente. En ocasiones la estrategia elegida no es la más conveniente, ocasionando complicaciones en la solución del problema, siendo necesario probar otras posibilidades.
- d) Si llegaste a la solución verifica si lo realizado responde a las condiciones del problema.

**D. Fase 4: Revisa el proceso y saca consecuencias.** Es la reflexión de lo realizado, se da en dos momentos:

- a) Examina a fondo el camino que has seguido y saca conclusiones. Consiste en revisar el proceso de solución del problema, a través de las siguientes preguntas: ¿Cómo has llegado a la solución? ¿Por qué no has llegado a la solución? ¿Ibas bien encaminado desde el principio? ¿Habías intuido la estrategia correcta en la fase de búsqueda de la estrategia? ¿O por qué no se te ocurrió pensar en ella? ¿Qué es lo que te engañó al escoger estrategias? ¿Cuál fue la chispa que te hizo intuir que iba a ir bien?. Al responder estas

preguntas nos permite darnos cuenta si el camino elegido fue el más adecuado, o habría otra estrategia más sencilla y si es útil para ser usado en otras circunstancias.

- b)** Reflexiona sobre tu propio proceso de pensamiento para el futuro. Consiste en hacer un análisis de tu propio estilo de conocimiento. Cada uno tiene el suyo peculiar. ¿Cómo es tu pensamiento? ¿Visual o analítico? ¿Dependes mucho de la expresión verbal o de la fórmula escrita? ¿Tiendes a pensar en círculos, obsesivamente? ¿Tiendes al compromiso con una sola idea, sin flexibilidad? ¿Cómo podrías fomentar la fluencia espontánea de ideas variadas, originales, novedosas?. Esto te permitirá saber en qué situaciones tendrás mayor éxito y sabrás abordar problemas, no solo matemáticos, sino de toda clase, aproximándote a ellos tratando de sacar el mejor partido posible de las ventajas de tu propio estilo.

### III. Método

#### 3.1. Tipo de investigación

Esta investigación por su propósito es de tipo de investigación aplicada. Tanto Sánchez y Reyes (2015) indican que la investigación aplicada se caracteriza por buscar la aplicación o utilización de los conocimientos teóricos a determinada situación concreta y las consecuencias prácticas que de ella se deriven.

Se asume el enfoque cuantitativo porque “usa la recolección de datos para probar hipótesis, con base en la medición numérica y el análisis estadístico, para establecer patrones de comportamiento y probar teorías” (Hernández et al., 2010, p.4)

El diseño de investigación asumido es el experimental, referido a un estudio “en el que se manipulan intencionalmente una o más variables independientes, para analizar las consecuencias que la manipulación tiene sobre una o más variables dependientes, dentro de una situación de control para el investigador” (Hernández et al., 2010, p. 121). y, dentro de este “diseño, el cuasi- experimental, específicamente el denominado diseño antes y después con un grupo de control no aleatorizado, que significa que los sujetos no se asignan al azar a los grupos ni se emparejan porque ya estaban formados antes del experimento, son grupos intactos” (Hernández et al., 2010, p. 148).

En el diseño cuasi experimental se aplica un pre y post-prueba a los grupos similares, uno es el grupo control y otro el grupo experimental, con el siguiente esquema:

GE	O <sub>1</sub>	X	O <sub>2</sub>
GC	O <sub>3</sub>	—	O <sub>4</sub>

Donde:

GE	:	Grupo experimental.
GC	:	Grupo control.
O <sub>1</sub> , O <sub>3</sub>	:	Observación pre-test.
O <sub>2</sub> , O <sub>4</sub>	:	Observación post-test.
X	:	Tratamiento experimental.

Con el fin de identificar cómo influye el software geogebra en la resolución de problemas, se desarrollaron quince sesiones de aprendizaje en el laboratorio de matemática haciendo uso de este software con el grupo experimental, mientras que en el grupo control, solo se desarrollaron sesiones de aprendizaje en aula, verificando la relación causa efecto sobre la variable dependiente, que es la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de segundo grado de secundaria de la institución educativa “Gral. Emilio Soyer Cabero” del distrito de Chorrillos

### 3.2. Población y muestra

#### 3.2.1. Población

Según Garro (2009), “La población es un conjunto de sujetos, objetos o cosas con una característica y atributos especiales”.

La población de estudio está formada por los estudiantes de segundo grado de secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero”, ubicada en el distrito de Chorrillos. Esta población se encuentra distribuida en 8 secciones, con 155 varones y 101 mujeres, cuyas edades están entre 12 y 14 años (edad promedio de 12.74 años, DE = 0.53), como se muestra en la tabla 1.

**Tabla 1**

*Población de estudiantes de segundo grado de la IE “General Emilio Soyer Cabero*

<b>Grado / sección</b>	<b>N° de estudiantes</b>
2do A	32
2do B	32
2do C	32
2do D	32
2do E	32
2do F	32
2do G	32
2do H	32
Total	256

Fuente: Nómina de la IE “Gral. Emilio Soyer Cabero” 2017

### 3.2.2. Muestra

Por la naturaleza del diseño cuasi experimental el tipo de muestreo utilizado es no probabilístico, ya que los grupos establecidos son grupos intactos.

En las muestras no probabilísticas, la elección de los elementos no depende de la probabilidad, sino de causas relacionadas con las características de la investigación o de quien hace la muestra. Aquí el procedimiento no es mecánico ni con base en fórmulas de probabilidad, sino que depende del proceso de toma de decisiones de un investigador o de un grupo de investigadores y, desde luego, las muestras seleccionadas obedecen a otros criterios de investigación. (Hernández et al, 2010, p.176)

La muestra en la investigación consta de 64 estudiantes de 2do grado de secundaria, el grupo control está formada por 32 estudiantes, 21 varones y 11 mujeres, y el grupo experimental por 32 estudiantes, 19 varones y 13 mujeres (edad promedio = 12.73, DE=0.48).

**Tabla 2**

*Muestra de estudiantes de segundo grado de la IE “General Emilio Soyer Cabero”*

Grupo	Grado y sección	N° de estudiantes
Experimental	2do G	32
Control	2do H	32

Fuente: Nómina de la IE “Gral. Emilio Soyer Cabero” 2017

## 3.3. Operacionalización de variables

### 3.3.1. Variable independiente.

#### Software geogebra

**Definición conceptual:** Es un software de matemática que engloba geometría, álgebra y cálculo. Por un lado, es un sistema de geometría dinámica, permite realizar construcciones tanto con puntos, vectores, rectas, secciones cónicas como también es un sistema de álgebra

dinámica, permite el análisis y representación de funciones que pueden modificarse dinámicamente (Hohenwarter, 2009).

**Definición operacional:**

Grupo Experimental: Uso del software geogebra =1

Grupo de Control: No uso del software geogebra = 0

### ***3.3.2. Variable dependiente***

#### **Resolución de problemas matemáticos**

**Definición conceptual:** Capacidad que el estudiante evidencia cuando usa sus conocimientos matemáticos, de manera flexible, para enfrentar una problemática que requiere comprenderla, determinar estrategias para su resolución, tomar decisiones al efectuarlas y reflexionar sobre la pertinencia de su respuesta. De esta manera, individualmente o en colaboración, desarrolla formas de pensar, perseverancia y confianza. (Ministerio de Educación-UMC, 2013); relacionada con la competencia matemática de resolver problemas de regularidad, equivalencia y cambio, y la competencia de resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

**Definición operacional:****Tabla 3***Operacionalización de la variable dependiente: Resuelve problemas*

<b>Dimensiones</b>	<b>Indicadores</b>	<b>Medición</b>
Competencia matemática de resuelve problema de regularidad, equivalencia y cambio	Familiarizarse con el problema	Prueba escrita
	- Identifica los datos.	Ordinal
	- Identifica las variables (lo que se pide)	
	Búsqueda de estrategia	Inicio (0 – 10)
Competencia matemática de resuelve problema de forma, movimiento y localización	- Organiza un plan con una o más estrategias heurísticas orientadas a la resolución de problema.	Proceso (11-13)
	Llevar adelante la estrategia	
	- Aplica la estrategia y realiza operaciones para resolver la situación problemática.	Logrado (14- 17)
	Revisar el proceso y saca consecuencias	
- Verifica el resultado obtenido.	Satisfactorio (18 – 20)	
- Argumenta sus procedimientos en la resolución de problemas.		

**3.4. Instrumentos**

La recolección de datos se realiza mediante instrumentos de medición, que son recursos que permiten medir las variables de estudio contenidas en las hipótesis, será efectiva en cuanto representa la realidad de las variables. Los requisitos que todo instrumento deben cumplir son confiabilidad, validez y objetividad. (Hernández et al., 2010, p. 197)

Sánchez (2002) indica que los instrumentos son herramientas específicas que se emplean en el proceso de recogida de datos y deben cumplir dos propiedades básicas: validez y confiabilidad.

El instrumento consta de 15 problemas, de las cuales 7 corresponden a la competencia de resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio, 8 a la competencia de forma, movimiento y localización. Cada problema demanda 4 momentos de solución que están relacionadas con las fases para la resolución del problema propuesta por Miguel de Guzmán, y las capacidades matemáticas para el logro de la competencia, como lo muestra la figura 16.

**Figura 16**

*Relación de la capacidad y las fases de resolución de problemas de Miguel de Guzmán*

<b>Capacidades matemáticas</b>	<b>Fases de resolución de un problema</b>	<b>Preguntas</b>
Traduce datos y condiciones	Familiarizarse con el problema	Señala los datos del problema y qué pide el problema.
Comunica su comprensión	Búsqueda de estrategias	¿Qué estrategia vas a aplicar?
Usa estrategia y procedimientos	Llevar adelante la estrategia	Desarrolla la estrategia elegida
Argumenta afirmaciones	Revisa el proceso y saca conclusiones	¿Puedes verificar el resultado?

La calificación de cada problema es de 4 puntos, 1 puntos por cada fase resuelto correctamente, entonces el puntaje total de la prueba es de 60 puntos. Así mismo se transformaron los resultados a nivel ordinal teniendo en cuenta los niveles de logro, para su interpretación cualitativa, como se muestra en la Tabla 4.

**Tabla 4**  
*Categorización del nivel de aprendizaje*

<b>Niveles de Logro</b>	<b>Escala</b>	<b>Puntaje</b>
Satisfactorio	18 – 20	54 – 60
Logrado	14 – 17	42 – 51
Proceso	11 – 13	33 – 39
Inicio	0 – 10	0 – 30

Fuente. Diseño Curricular 2015

### **3.5. Procedimientos**

La investigación se realizó con los estudiantes de 2do grado de secundaria de la IE Gral. Emilio Soyer Cabero, en dos grupos: el grupo control y el grupo experimental conformada por 32 estudiantes.

Para la estimación de las propiedades métricas (validez y confiabilidad) de la Prueba de Competencias Matemáticas, diseñada ad hoc para la investigación, se evaluó a toda la población (256 estudiantes de segundo grado de la IE “General Emilio Soyer Cabero).

Se diseñó el instrumento, teniendo en cuenta dos competencias matemáticas: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio y Resuelve problemas de forma, movimiento y localización. Los instrumentos fueron aplicados en dos momentos de la investigación, al inicio, el Pre test que permitió comprobar la semejanza inicial de los dos grupos objeto de estudio en la resolución de problemas, después de realizar el tratamiento (x: uso del software geogebra) se aplicó el Post test, esta prueba midió el conocimiento académico adquirido a través del manejo del software geogebra en las competencia mencionadas.

Las pruebas fueron aplicadas en la hora en que los estudiantes llevaban el curso de matemática, con una duración de 90 minutos (dos horas pedagógicas).

La ejecución de las sesiones de aprendizaje se realizó dos veces a la semana en el laboratorio de matemática, solo se disponía con 16 laptops por lo que los estudiantes trabajaron en parejas, con una duración de 90 minutos.

Se incluyó las estrategias heurísticas propuestas por Miguel de Guzmán para la resolución de problemas matemáticos

Las sesiones se desarrollaron en base a guías de laboratorio, los cuales se entregaban a todos los estudiantes. Estas guías estaban estructuradas en tres partes, la primera parte presentaba una situación problemática que permitía recoger los saberes previos y adquirir la necesidad de un nuevo conocimiento, además presentaba la secuencia de pasos para su ejecución en el software geogebra; la segunda parte era la consolidación del campo de estudio con las conclusiones obtenidas al resolver la situación problemática y la tercera parte se presentaba situaciones problemáticas de aplicación. En todo el proceso de resolución de problemas se aplica la estrategia de Miguel de Guzmán.

Las guías de laboratorio permitieron desarrollar el análisis, deducción, inducción y síntesis con el Software geogebra, para que puedan tener un aprendizaje más significativo en la resolución de problemas matemáticos, relacionados con las competencias matemáticas.

Las sesiones de aprendizaje con el uso del software geogebra fueron las siguientes:

**Figura 17**

*Relación de sesiones de aprendizaje con el software geogebra*

<i>Sesión</i>	<i>Competencia Matemática</i>	<i>Campo Temático</i>
01	Inducción	Manual del software geogebra
02	Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Rectas paralelas, perpendiculares y oblicuas.
03	Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Ángulos formados por dos rectas paralelas cortadas por una secante.
04	Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Ángulos formados por dos rectas paralelas cortadas por una secante. Propiedades especiales.
05	Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Ángulos formados por dos rectas paralelas cortadas por una secante. Propiedades especiales.
06	Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Función lineal
07	Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Función lineal Afín
08	Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Pendiente de una Función lineal
09	Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Polígonos: Ángulos interiores y exteriores.
10	Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Polígonos: Número de diagonales
11	Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Sistema de ecuaciones
12	Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio	Sistema de ecuaciones. Clasificación
13	Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Cuerpos geométricos
14	Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Prisma
15	Resuelve problemas de forma, movimiento y localización	Cilindro

Estas sesiones permitieron que los estudiantes relacionen los conceptos matemáticos que conocían de forma abstracta a través de la experiencia, con estructuras más exactas y dinámicas que les presenta el software geogebra, llegando a comprobar teoremas y sacar conclusiones.

El papel que realizó la docente consistió en monitorear y realizar el acompañamiento a los equipos de trabajo, a través de preguntas que les hicieran reflexionar y profundizar en la solución del problema, luego se realizaba una discusión con todo el grupo con el objetivo de resumir las diferentes estrategias en las construcciones, algunos errores cometidos y así establecer conclusiones.

Al concluir con la aplicación de quince sesiones de aprendizaje con el uso del software geogebra, se aplicó el post test en el grupo control y en el grupo experimental, en dos horas cronológicas, luego se realizó la comparación de los resultados de las mediciones obtenidas del pre test y del post tanto del grupo control como del grupo experimental.

Finalmente se verificó si las comparaciones de las mediciones realizadas si permiten alcanzar los objetivos y contrastar las hipótesis formuladas en la investigación.

### **3.6. Análisis de datos**

Luego de haberse elaborado la base de datos en Excel, esta fue exportada a los programas estadísticos como SPSS versión 24 para Windows, JASP 0.9.0.1, Factor Analysis 10.8.04.

Previo al contraste de las hipótesis se evaluó la distribución de los datos con la prueba de normalidad Shapiro-Wilk, así como con los estadísticos de forma asimetría y curtosis, observando únicamente en la puntuación total del grupo control (GC) ausencia de normalidad ( $S-W < 0,05$ ) con asimetría y curtosis marcada ( $>1.0$ ); por tanto, al ser las medidas de la variable dependiente escalares, se consideró utilizar el estadístico de distribución libre U de Mann Whitney para el contraste de la hipótesis general, y el estadístico t de Student para muestras independientes para el contraste de las hipótesis específicas. Los contrastes son complementados con la estimación de los tamaños de efecto y potencia de prueba calculados con el programa GPower 3.1.

Para el análisis factorial exploratorio se utilizó el programa Factor Analysis de Lorenzo-Seva y Ferrando (2018) y la estimación de la confiabilidad se realizó con el programa JASP.

**Tabla 5**

*Estadísticos de normalidad para la variable y sus dimensiones*

Grupo		Shapiro-Wilk (S-W)			g1	g2	Normal
		Estadístico	gl	Sig.			
GC	Comp1	,978	32	0,740	-0.346	0.017	si
	Comp2	,909	32	0,10	-0.744	0.446	si
	Total	,932	32	0,044	-1.012	2.058	no
GE	Comp1	,967	32	0,417	-0.250	-0.737	si
	Comp2	,944	32	0,095	-0.485	-0.690	si
	Total	,946	32	0,110	-0.413	-0.858	si

Fuente. Elaboración propia

## IV. Resultados

### 4.1. Propiedades métricas de la prueba de competencias matemáticas en la resolución de problemas para segundo grado de secundaria

#### 4.1.1. Validez de constructo

Para el análisis factorial se usó el Método de estimación Robust Unweighted Least Squares (RULS) ante la ausencia de normalidad multivariada ( $Mardia = 297.2$ ) y el tamaño de la muestra (256 casos); al resultar ser un modelo oblicuo debido a la alta covariancia entre las dimensiones se utilizó rotación Promin (Lorenzo-Seva, 1999) y para confirmar el número de factores se usó Optimal implementation of Parallel Analysis (PA) (Timmerman, & Lorenzo-Seva, 2011), procedimiento que sugirió la extracción de dos factores, coincidiendo con el planteamiento teórico. El uso correcto del análisis factorial exploratorio quedó respaldado por la prueba de esfericidad de Bartlett ( $X^2 = 2732.8$ ;  $gl = 190$ ;  $p < .000$ ) que apoyó el rechazo de una posible matriz de identidad, así mismo el KMO (.84) reportó una adecuación muestral favorable.

**Tabla 6**

*Validez de constructo con AFE*

	F1	F2
Ítem 1		0.751
Ítem 2	0.701	
Ítem 3	0.795	
Ítem 4		0.789
Ítem 5		0.767
Ítem 6		0.833
Ítem 7	0.647	
Ítem 8	0.844	
Ítem 9	0.704	
Ítem 10	0.805	
Ítem 11	0.874	
Ítem 12		0.745
Ítem 13		0.722
Ítem 14		0.754
Ítem 15		0.667
Autovalor	5.61	3.95
V.E	0.37	0.26
V.E.A	0.37	0.63

En la Tabla 6, se indican los resultados del análisis factorial exploratorio, se puede observar que los datos se adecuan a una estructura bidimensional, todos los ítems presentan altas cargas factoriales ( $> .60$ ), así como los ítems saturan en el factor correspondiente de acuerdo con la teoría. La presencia de los dos factores se explica con 63% de varianza explicada acumulada (VEA) que resulta muy satisfactorio, los índices de bondad de ajuste GFI (.969), AGFI (.958) avalan la existencia de una estructura bidimensional del constructo; por tanto, las puntuaciones que se deriven de las dimensiones resultan validas en la medición de las competencias matemáticas resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio (F1) y resuelve problemas de forma, movimiento y localización (F2).

#### 4.1.2. Confiabilidad

En la Tabla 8, se evidencian los coeficientes de confiabilidad estimados para el instrumento en su versión global como para sus dimensiones. Tanto el alfa de Cronbach como el coeficiente omega de Mc Donalds son superiores a 0.85, estos resultados demuestran que el instrumento garantiza alta confiabilidad en las puntuaciones que se obtendrán al medir el constructo; en cuanto a las dimensiones los coeficientes de confiabilidad son superiores a 0.90 tanto en alfa como en omega, dichos valores son satisfactorios, apreciándose por tanto estable las evidencias de alta confiabilidad del instrumento.

**Tabla 7**  
*Coefficientes de consistencia interna de la Prueba de Competencias Matemáticas*

	$\alpha$ [IC95%]	$\Omega$
Global (15 ítems)	0,878 [0.855 - 0.899]	0,880
F1 (7 ítems)	0,909 [0.891 - 0.925]	0,910
F2 (8 ítems)	0,911 [0.893 - 0.927]	0,912

Nota: IC= Intervalo de confianza,  $\alpha$ =alfa de Cronbach,  $\omega$  = omega de McDonald

## **4.2. Influencia del uso del software geogebra en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de segundo grado de secundaria**

Con la finalidad de examinar la influencia del uso del software Geogebra en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de Segundo Grado de Secundaria, se postulan las siguientes hipótesis para su contraste:

### **Hipótesis general**

Ho: La falta del uso adecuado del software Geogebra influye negativamente en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de Segundo Grado de Secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero” del distrito de Chorrillos, 2019.

Ha: El uso del software Geogebra influye positivamente en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de Segundo Grado de Secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero” del distrito de Chorrillos, 2019.

Tanto la tabla 8 como la figura 18 permiten aseverar que entre el grupo control (GC) y experimental (GE) en la condición previa a la intervención existen diferencias en términos de probabilidad de significancia ( $p < .000$ ) como en la significancia práctica dado el tamaño efecto de magnitud media ( $d < .80$ ;  $\eta^2 > .10$ ), precisando el rango promedio que el GC grupo control presenta mayor capacidad en la resolución de problemas matemáticos con respecto al GE, en la misma dirección la Figura 18 alude que el GC presentaba mejor desempeño que el GE dado que evidencia una mediana más alta y sus puntuaciones son más homogéneas. Luego de la aplicación programa experimental que ha consistido en entrenar a utilizar el software geogebra en la resolución de problemas matemáticos (condición post test), entre el GC y GE se observan diferencias significativas a favor del grupo experimental, como se ilustra en la figura 18 existe una marcada diferencia en la mediana del GE con respecto al GC; así mismo, la magnitud del efecto que se evidencia con la  $d$  de Cohen y el  $\eta^2$  denotan que el programa de

intervención ha tenido un efecto de tamaño grande. La potencia o poder estadístico permite sostener que la probabilidad de cometer error tipo II es casi nulo, y que el tamaño de la muestra es suficiente para rechazar con total seguridad la hipótesis nula ( $1-\beta > .80$ ).

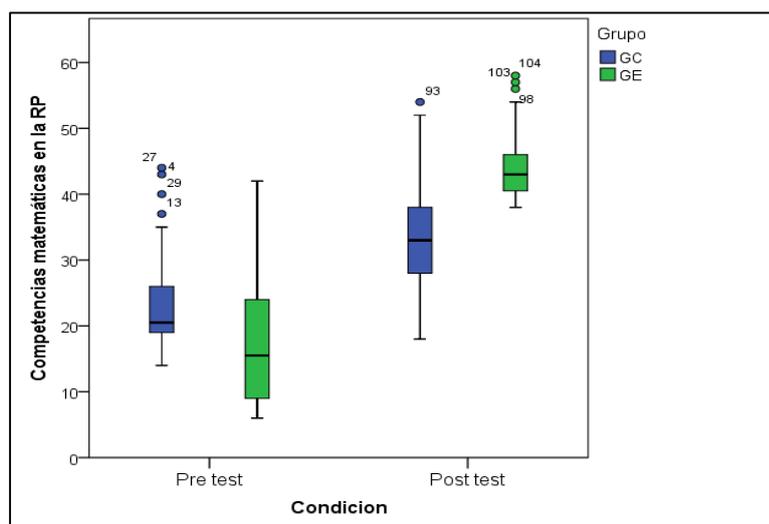
**Tabla 8**

*Análisis comparativo en la resolución de problemas matemáticos entre estudiantes del grupo control y experimental*

Condición	Grupo	N	Rango promedio	<i>U</i>	<i>Z</i>	<i>p</i>	$\eta^2$	<i>d</i>	$1 - \beta$
Pre test	GC	32	38,95	305,500	.2,776	,006	12	.74	.82
	GE	32	26,05						
Post test	GC	32	20,61	131,500	-5,117	,000	40	.66	.99
	GE	32	44,39						

**Figura 18**

*Contraste entre el GC y GE en las competencias matemáticas de RP*



#### **4.3. Influencia del uso del software geogebra en la competencia matemática resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en estudiantes de segundo grado de secundaria.**

Con el objetivo de evaluar la influencia del uso del software Geogebra en la competencia matemática resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes de segundo grado de secundaria, se formulan las siguientes hipótesis para su contraste:

Ho: La falta del uso adecuado del software geogebra no influye en la competencia matemática resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes de segundo grado de secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero” del distrito de Chorrillos, 2019.

Ha: El uso del software geogebra influye positivamente en la competencia matemática resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio de los estudiantes de segundo grado de secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero” del distrito de Chorrillos, 2019.

Los resultados de la prueba de t de Student para muestras independientes que se aprecia en la Tabla 9 y Figura 19, permite afirmar que entre los grupos de estudio en la condición pre test existen diferencias significativas ( $t=2,530$ ;  $gl=62$ ;  $p<0,05$ ) a favor del grupo control; asimismo, en la condición post test las diferencias también son significativas ( $t=-2,202$ ;  $gl=62$ ;  $p = .031$ ) e importantes en su tamaño de efecto ( $d= ,55$ ), observándose mayor capacidad en la resolución de problemas de comparación en estudiantes del grupo experimental ( $\bar{x}=18,69$  y  $DE=3,326$ ) en contraste a los del grupo control ( $\bar{x}=16,63$  y  $DE=4,125$ ); de otra parte si bien la probabilidad de cometer error tipo II ( $1-\beta < .80$ ) no es la más adecuada, sin embargo su valor puede ser tolerable. Por tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa; es decir, el uso del software geogebra influye positivamente en la competencia matemática resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio de los estudiantes de Segundo Grado de Secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero” del distrito de Chorrillos, 2019.

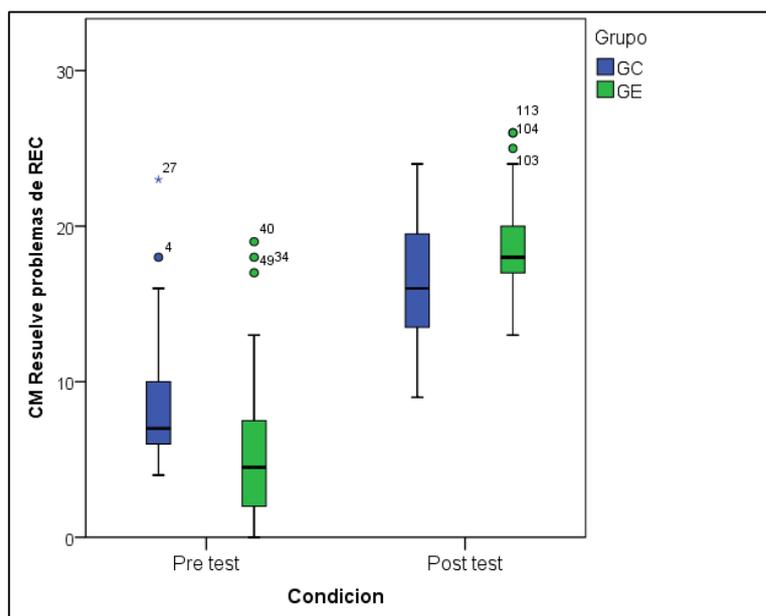
**Tabla 9**

*Análisis comparativo en la competencia matemática resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio matemáticos entre estudiantes del grupo control y experimental*

Condición	Grupo	N	Media	DE	<i>t</i>	<i>gl</i>	<i>p</i>	<i>d</i>	<i>1-β</i>
Pre test	GC	32	8,84	4,356	2,530	62	,014	.63	.80
	GE	32	5,78	5,284					
Post test	GC	32	16,63	4,125	2,202	62	,031	.55	.70
	GE	32	18,69	3,326					

**Figura 19**

*Contraste entre el GC y GE en CM resuelve problemas de REC*



#### **4.4. Influencia del uso del software Geogebra en la competencia matemática resuelve problemas de forma, movimiento y localización en estudiantes de segundo grado de secundaria**

Con el propósito de analizar la influencia del uso del software Geogebra en la competencia matemática resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los

estudiantes de segundo grado de secundaria, se proponen las siguientes hipótesis para su contraste:

Ho: La falta de uso adecuado del software geogebra no influye en la competencia matemática de resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los estudiantes de segundo grado de secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero” del distrito de Chorrillos, 2019.

Ha: El uso del software geogebra influye positivamente en la competencia matemática resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los estudiantes de segundo grado de secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero” del distrito de Chorrillos, 2019.

Los resultados de la prueba t de Student para muestras independientes que se aprecia en la Tabla 15, permite afirmar que entre los grupos de estudio en la condición pre test existen diferencias significativas ( $t = -2,386$ ;  $gl = 62$ ;  $p < ,05$ ), destacando con mayores puntuaciones el grupo control frente al experimental (ver Figura 20); en la condición post test las diferencias son altamente significativas ( $p = .000$ ) pero a favor del grupo experimental, el tamaño de efecto ( $d = 1,97$ ) estimado mediante la  $d$  de Cohen evidencia que la magnitud de las diferencias es grande, observándose en consecuencia mayor capacidad en el GE para la competencia matemática de resuelve problemas de forma, movimiento y localización. Por tanto, se rechaza a hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa para una potencia de prueba de 100%, probabilidad de cometer error tipo II es nulo ( $1-\beta > .99$ ).

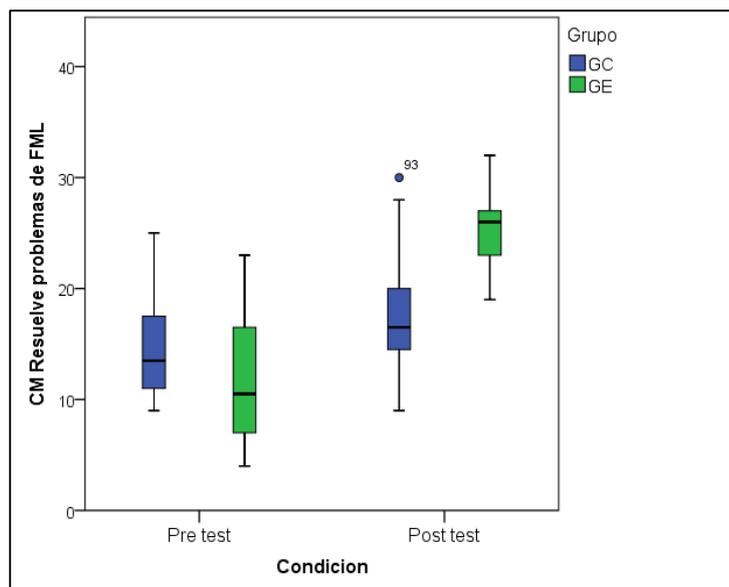
**Tabla 10**

*Análisis comparativo en la competencia matemática resuelve problemas de forma, movimiento y localización entre estudiantes del grupo control y experimental*

Condición	Grupo	N	Media	DE	<i>t</i>	<i>gl</i>	<i>p</i>	<i>d</i>	<i>1-β</i>
Pre test	GC	32	14,84	4,516	2,386	62	,020	.59	.76
	GE	32	11,84	5,496					
Post test	GC	32	17,63	4,598	-7,893	62	,000	1.97	1.0
	GE	32	25,59	3,387					

**Figura 20**

*Contraste entre el GC y GE en CM resuelve problemas de FML*



## V. Discusión de resultados

En este capítulo se muestra los resultados obtenidos en el presente estudio, al aplicar el programa experimental que incluía la aplicación del software Geogebra en la resolución de problemas matemáticos, considerando las cuatro fases de Miguel de Guzmán que son: Familiarizarse con el problema, búsqueda de estrategias, llevar adelante la estrategia, y revisar el proceso y sacar conclusiones.

Antes de la aplicación del software geogebra, tanto el grupo control como el grupo experimental presentaban dificultades para resolver problemas como se observa en la evaluación del pre test (GC:RP=38,95; GE:RP=26,05), al aplicar el programa experimental, se obtuvieron los siguientes resultados:

Hubo un mayor interés de los estudiantes por resolver problemas que estaban relacionados con su entorno familiar y social, al aplicar el software geogebra en dicho proceso de solución, esto coincidiendo con la investigación de Escorihuela (2015), que manifiesta que el interés y la atención de los estudiantes se logra a través de situaciones problemáticas de su entorno, y el uso de recursos innovadores y dinámicos como el software geogebra. Además el emplear una estrategia de resolución de problemas como el de Miguel de Guzmán, permite entender el problema, aplicar sus conocimientos y habilidades al buscar una solución y lo más importante explicar y justificar lo realizado así lo evidencia la evaluación de post test en la que el grupo experimental logró mejoras significativas en comparación con el grupo control (GE:RP=44,39; GC:RP=20,61), habiendo cierta similitud con la investigación de Aguilar (2014) quien aplicó el método de Polya en la resolución de problemas, logrando entender el problema, idear un plan de acción para poder resolver y reflexionar sobre el proceso realizado, que condujeron a resultados satisfactorios obteniendo la mayor media en el grupo experimental de 8,08 en comparación con el grupo control de 6,9.

También podemos señalar que el procedimiento empleado en la presente investigación, así como en la de Aguilar y Ruiz (2018) coinciden en el enfoque pedagógico del constructivismo, en la que los estudiantes construyen, experimentan y comparan objetos para generar nuevos conocimientos, a su vez modelan situaciones que les da la posibilidad de crear conjeturas para solucionar problemas y comprobar sus ideas, al proponer situaciones problemáticas de su entorno ya sea social, económico o científico para que el aprendizaje sea significativo, bajo esta propuesta el docente va orientando y acompañando el trabajo de los estudiantes, con preguntas que permitan recoger sus saberes previos, promoviendo el descubrimiento de nuevos conocimientos y retroalimentando lo realizado (Gonzales, 2012).

Otro hallazgo importante fue que el uso del software geogebra influye positivamente en la competencia matemática resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio, que comprende el estudio de los conceptos relacionados con el álgebra como las ecuaciones y funciones, desarrollados en el programa experimental. En mi labor docente he observado que los estudiantes pueden resolver situaciones algebraicas como las ecuaciones o funciones de manera mecánica, pero no comprenden que representan los símbolos utilizados y menos justifican sus procesos, poniéndose de manifiesto en la evaluación del pre test, en la que tanto el grupo control como el grupo experimental presentaban dificultades al resolver problema de regularidad, equivalencia y cambio (GC:  $\bar{x}=8,84$ ; GE:  $\bar{x} = 5,78$ ); además Díaz manifiesta que el álgebra es un lenguaje de patrones, reglas y símbolos que los estudiantes deben usar al interpretar variables, símbolos matemáticos y propiedades para escribir y simplificar expresiones y proposiciones numéricas. Según la investigación, en la evaluación del post test el grupo experimental avanzó significativamente ( $\bar{x}=18,69$ ;  $DE=3,326$ ) en contraste al grupo control ( $\bar{x}=16,63$ ;  $DE=4,125$ ) en la resolución de problemas sobre funciones y sistemas de ecuaciones, esto implica que los estudiantes del grupo experimental lograron la competencia al movilizar sus capacidades matemáticas de traducir datos y condiciones a expresiones

algebraicas, comunicar su comprensión sobre las relaciones algebraicas, el uso de estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales, y argumentar afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia. Así mismo, señalan que el software geogebra desarrolla la capacidad de comunicación matemática, modelación matemática, la resolución de problemas matemáticos, y el pensamiento matemático. También la aplicación del software geogebra, que facilito en los estudiantes la representación simbólica y gráfica de los problemas cotidianas. Este resultado coincide con los trabajos de Díaz (2017), Bermeo (2017), Herrera (2015), Allca (2015) y Carrillo (2017) quienes investigaron la influencia del software geogebra en la resolución de problemas sobre funciones, sistemas de ecuaciones y programación lineal, evidenciando mejoras significativas del grupo experimental con respecto al grupo control; al señalar que los estudiantes adquirieron versatilidad para transitar con fluidez entre la representación verbal, simbólico y gráfico; y la comprensión de la estructura cognitiva de las funciones y los sistemas de ecuaciones en un contexto real. Además si comparamos las muestras utilizadas en las investigaciones de Díaz, Herrera y Allca encontramos diferencias en las edades y grados de estudio (tercer grado, cuarto grado y quinto grado), pero a pesar de ello, el software geogebra puede ser utilizado en los diferentes niveles educativos para favorecer la resolución de problemas.

Finalmente, otro resultado importante fue que el uso del software Geogebra influye positivamente en la competencia matemática resuelve problemas de forma, movimiento y localización, que comprende el estudio de los conceptos relacionados con la geometría como las rectas, ángulos, polígonos y solidos geométricos desarrollados en el programa de intervención. Según los resultados obtenidos en el post test muestran incremento altamente significativo a favor del grupo experimental (GC:  $\bar{x}=17,63$ ; GE:  $\bar{x}=25,59$ ) en la resolución de problemas geométricos. Esto implica que los estudiantes del grupo experimental lograron la competencia movilizandando sus capacidades matemáticas de modela objetos con formas

geométrica al construir figuras geométricas, modificarlas y estableciendo relaciones entre ellas, la capacidad de comunicar su comprensión sobre formas y relaciones geométricas al reconocer sus elementos y características principales que se visualizan en la vista gráfica del geogebra; así mismo demostrar propiedades y simular situaciones para resolver problemas cotidianos, que no se podrían ejecutar con facilidad utilizando lápiz y papel, su capacidad de usar estrategia y procedimiento para medir y orientarse en el espacio bidimensional y tridimensional y su capacidad de argumentar afirmaciones sobre relaciones geométricas. Se encontró similitud con lo hallado por Ramón (2017) que señala que la geometría está inmersa en la vida cotidiana, por ello es necesaria desarrollar en los estudiantes las capacidades de: matematizar situaciones, comunicar y representar ideas matemáticas, elaborar y usar estrategias, y razonar y argumentar generando ideas matemáticas, con la aplicación del software geogebra que permite modelar objetos con formas geométricas, deducir propiedades y argumentar los procesos realizados con la representación algebraica y gráfica, mejorando su orientación espacial en el plano bidimensional y tridimensional.

En síntesis, el uso del software geogebra favorece el desarrollo de competencias matemáticas en la resolución de problemas, en los estudiantes de segundo grado de secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero”.

## VI. Conclusiones

- 6.1. La aplicación del software geogebra influye en la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de 2do grado de secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero”, que conformaron el grupo experimental considerando en el proceso de solución de un problema las fases propuestas por Miguel de Guzmán que son: familiarización del problema, búsqueda de la estrategia, llevar adelante la estrategia, y revisa el proceso y saca conclusiones.
  
- 6.2. La aplicación del software geogebra influye en la competencia matemática resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio, en los estudiantes de 2do grado de secundaria, al realizar la modelación y establecer relaciones entre la forma algebraica y gráfica.
  
- 6.3. La aplicación del software geogebra influye en la competencia matemática resuelve problemas de forma, movimiento y localización, en los estudiantes de 2do grado de secundaria, al realizar construcciones geométricas, deducir propiedades y establecer relaciones bidimensional y tridimensional.

## **VII. Recomendaciones**

- 7.1. Se recomienda implementar el software geogebra y la estrategia de Miguel de Guzmán para la resolución de problemas en la programación anual y las unidades de aprendizaje en la educación secundaria dada la facilidad de uso de la tecnología que los estudiantes poseen. Además, desarrollar talleres para docentes donde se capacite en el mejor uso del software geogebra y otros recursos tecnológicos.
  
- 7.2. Se recomienda implementar el programa experimental en los grados de educación secundaria para desarrollar la competencia matemática resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio, con problemas contextualizados y creativos.
  
- 7.3. Se recomienda implementar el programa experimental en los grados de educación secundaria para desarrollar la competencia matemática resuelve problemas de forma, movimiento y localización que les permitirá la representación gráfica bidimensional y tridimensional de nuestro entorno.

### VIII. Referencias

- Aguilar, B. (2014) *Resolución de problemas matemáticos con el Método de Polya mediante el uso de geogebra en primer grado de secundaria*. (Tesis de maestría) Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey.
- Allcca, S. (2018) *Aplicación del software geogebra y su efecto en el nivel de aprendizaje de Funciones Matemáticas en estudiantes de Tercer grado de Educación Secundaria de la I.E. "Libertador San Martín" UGEL 02- Tahuantinsuyo, Independencia, Lima*. (Tesis de maestría) Universidad Nacional De Educación Enrique Guzmán y Valle.
- Arreguín, L; Alfaro, J; Ramírez, M. (2012). Desarrollo de competencias matemáticas en secundaria usando la técnica de aprendizaje orientado en proyectos reice. *Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 10(4), 264-284.  
<http://www.redalyc.org/pdf/551/55124841017.pdf>
- Baleta, A, Fragozo, R. y Reina, M (2017) Uso adecuado de las tic en la enseñanza de las matemáticas e n la básica primaria. *Revista Gestión, competitividad e innovación*. (Julio - Diciembre 2017), 27 - 34.  
<https://pca.edu.co/editorial/revistas/index.php/gci/article/view/109/96>
- Barrantes, H. y Araya, A. (2010). Competencias matemáticas en la enseñanza media. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 5(6), 39-62.  
<https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/download/6922/6608/>
- Bermeo, O (2017) *Influencia del Software Geogebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería – 2016* (Tesis de doctorado) Universidad Cesar Vallejo.
- Carrillo, M. (2017) *Enseñanza de los sistemas lineales en Secundaria: Una propuesta de mejora a través de la integración de tecnologías*. (Tesis de doctorado) Universidad de las Islas Baleares.

- Cataldi, Z. (2000). *Metodología de diseño, desarrollo y evaluación de software educativo*. [Tesis de Magíster en Informática, Universidad Nacional de La Plata]. Repositorio Institucional UNLP. <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/4055>
- Cortés, M; y Galindo, N. (2007) *El Modelo de Pólya centrado en resolución de problemas en la interpretación y manejo de la integral definida* (tesis de Maestría) Universidad de La Salle Bogota D.C.
- De Guzmán, M. (1995) *Para pensar mejor. Desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos*. Ediciones Pirámide.
- Díaz, J. (2017) *La influencia del software geogebra en el aprendizaje del álgebra de los alumnos del 4to año de educación secundaria de la Institución Educativa Trilce del Distrito de Santa Anita, UGEL 06, 2015* (tesis de maestría) Universidad Nacional De Educación Enrique Guzmán y Valle.
- Escorihuela, C. (2015) *Utilización de geogebra y el juego como recurso didáctico en el aula*. (Tesis de maestría) Universidad Jaime I. Comunidad Valenciana, España.
- Garro, M. (26 de enero de 2009). Metodología de la Investigación Científica. Chimbote. <https://es.slideshare.net/maxgarro/metodologia-de-la-investigacion-presentation-954512>
- González, C. (2012). *Aplicación del constructivismo social en el Aula*, Instituto para el Desarrollo y la Innovación Educativa en Educación Bilingüe y Multicultural –IDIE- Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación la Ciencia y la Cultura, -OEI- Guatemala. [file:///D:/Tesis%202019/Libros/2012\\_GONZALEZ\\_ALVAREZ.pdf](file:///D:/Tesis%202019/Libros/2012_GONZALEZ_ALVAREZ.pdf)
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, M. (2010). *Metodología de Investigación* McGraw-Hill Interamericana Editores SA de CV.

- Herrera, E (2015) *Aplicación del software libre geogebra en la resolución de problemas matemáticos sobre programación lineal, en estudiantes de quinto grado de secundaria, I.E.P. Maynas 2015*. (Tesis de grado). Universidad Nacional de la Amazonía Peruana.
- Limaymanta, W. (2016) *Aplicación del software Geogebra en el aprendizaje de Funciones Cuadráticas y Cúbicas en estudiantes de la especialidad Electrónica del Instituto Tecnológico Aeronáutico Manuel Polo Jiménez de la F.A.P.* (Tesis de grado). Universidad Nacional De Educación Enrique Guzmán y Valle.
- Marqués, P. (1995). *Metodología para la elaboración de software educativo*.  
[http://www.formaciondocente.com.mx/BibliotecaDigital/17\\_TecnologiaEducativa/07%20Metodologia%20para%20la%20Elaboracion%20de%20Software%20Educativo.pdf](http://www.formaciondocente.com.mx/BibliotecaDigital/17_TecnologiaEducativa/07%20Metodologia%20para%20la%20Elaboracion%20de%20Software%20Educativo.pdf)
- Ministerio de Educación (2014) *Orientaciones para el trabajo pedagógico*.
- Ministerio de Educación - Instituto peruano de evaluación acreditación y certificación de la calidad de la educación básica (2015) *Mapas de progreso del aprendizaje matemático: geometría*.
- Ministerio de educación - Instituto peruano de evaluación acreditación y certificación de la calidad de la educación básica (2015) *Mapas de progreso del aprendizaje matemático: cambio y relaciones*.
- Ministerio de Educación, (2015) *Fascículos de Rutas de aprendizaje de Matemática*.
- Ministerio de Educación (2016) *Currículo Nacional de la Educación Básica Regular*.
- Pérez, Y. y Ramírez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos. *Revista de Investigación*, 35(73),169-194. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=376140388008>

- Pina, J. (2011) *Manual geogebra*. [http://www.pinae.es/wp-content/uploads/2011/10/manual\\_geogebra.pdf](http://www.pinae.es/wp-content/uploads/2011/10/manual_geogebra.pdf)
- Pizarro, R. (2009). *Las TICs en la enseñanza de las Matemáticas. Aplicación al caso de Métodos Numéricos*. (Tesis de Magíster) Universidad Nacional de La Plata.
- Ramón, J. (2017) *Programa educativo geogebra para desarrollar la capacidad de razonamiento y demostración con ángulos triángulos en el área de matemática en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria de la institución educativa manuel antonio mesones muro centro poblado de limón de Porcuya - Huarmaca – Perú* (tesis de grado) Universidad Católica
- Rodríguez, L. (2011). La teoría del aprendizaje significativo: una revisión aplicable a la escuela actual. *Revista Electrónica de Investigación e Innovación Educativa y Socioeducativa*, 3(1). <file:///D:/Tesis%202019/Dialnet-LaTeoriaDelAprendizajeSignificativo-3634413.pdf>
- Ruíz, J. (2018). *La integración de geogebra en el desarrollo del carácter intelectual* (Tesis de Maestría) Universidad Externado de Colombia.
- Saldarriaga, P., Bravo, G. y Loor, M. (2016). La teoría constructivista de Jean Piaget y su significación para la pedagogía contemporánea, *Revista científica Dominio de la Ciencia Dom. Cien.*, 2, pp. 127-137. <file:///D:/Tesis%202019/Libros/Dialnet-LaTeoriaConstructivistaDeJeanPiagetYSuSignificacio-5802932.pdf>
- Sánchez, A. (2002). *La enseñanza de la matemática asistida por computador*. <https://utp.ac.pa/articulos/ensenarmatematica.html>
- Sánchez, C. y Reyes, C. (2015). *Metodología y diseño en la investigación científica*. Editorial Visión Universitaria Business Support Aneth Lima.

- Suasnabas, L, Díaz, E.; Ávila, W y Rodríguez, V (2017) Las Tics en los procesos de enseñanza y aprendizaje en la educación universitaria. *Dominio de las Ciencias*, 3(2), 721-749. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6326781>
- Tunnermann, C. (2011). El constructivismo y el aprendizaje de los estudiantes. *Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal Sistema de Información Científica*. LXI(48), pp. 21-32. <https://core.ac.uk/download/pdf/25652928.pdf>
- Urbina, S. (1999) *Informática y teorías del aprendizaje*. Universidad de las Islas Baleares. [http://ww2.educarchile.cl/UserFiles/P0001%5CFile%5CInform%C3%A1tica\\_Teor%C3%ADas%20apre.pdf](http://ww2.educarchile.cl/UserFiles/P0001%5CFile%5CInform%C3%A1tica_Teor%C3%ADas%20apre.pdf)

## **IX. Anexos**

Anexo A	Matriz de consistencia
Anexo B	Instrumento
Anexo C	Programa de intervención

## Anexos A: Matriz de Consistencia

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPOTESIS	VARIABLE	METODOLOGIA / DISEÑO
<p><b>Problema general</b> ¿Cómo influye el uso del Software Geogebra en la resolución de problemas matemáticos de los estudiantes de Segundo Grado de Secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero” del distrito de Chorrillos, 2019?</p> <p><b>Problemas específicos</b> ¿Cómo influye el uso del software Geogebra en la competencia matemática resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes de Segundo Grado de Secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero” del distrito de Chorrillos, 2019?</p> <p>¿Cómo influye el uso del software Geogebra en la competencia matemática resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los estudiantes de Segundo Grado de Secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero” del distrito de Chorrillos, 2019?</p>	<p><b>Objetivo general:</b> Determinar el uso del software Geogebra en la resolución de problemas matemáticos de los estudiantes de Segundo Grado de Secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero” del distrito de Chorrillos, 2019.</p> <p><b>Objetivos específicos</b> Identificar la influencia del uso del software Geogebra en la competencia matemática resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes de Segundo Grado de Secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero” del distrito de Chorrillos, 2019.</p> <p>Identificar la influencia del uso del software Geogebra en la competencia matemática resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los estudiantes de Segundo Grado de Secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero” del distrito de Chorrillos, 2019.</p>	<p><b>Hipótesis general:</b> El uso del software Geogebra influye positivamente en la resolución de problemas matemáticos de los estudiantes de Segundo Grado de Secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero” del distrito de Chorrillos, 2019.</p> <p><b>Hipótesis específicos</b> El uso del software Geogebra influye positivamente en la competencia matemática resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio en los estudiantes de Segundo Grado de Secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero” del distrito de Chorrillos, 2019.</p> <p>El uso del software Geogebra influye positivamente en la competencia matemática resuelve problemas de forma, movimiento y localización en los estudiantes de Segundo Grado de Secundaria de la Institución Educativa “General Emilio Soyer Cabero” del distrito de Chorrillos, 2019.</p>	<p><b>Variable independiente:</b> - El uso del Software GEOGEBRA</p> <p><b>Variable dependiente</b> - Resolución de problemas matemáticos</p> <p>Dimensiones: - Competencia matemática resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio. - Competencia matemática resuelve problemas de forma, movimiento y localización.</p>	<p><b>Tipo de estudio:</b> - Experimental <b>Diseño del estudio:</b> - Cuasi experimental</p> <p>Se empleará un grupo experimental y otro de Control equivalentes con pre y post test. El esquema que corresponde a este diseño es:</p> <p>G.E. :    O<sub>1</sub>   X    O<sub>2</sub> G.C. :    O<sub>3</sub>   -    O<sub>4</sub></p> <p>Donde: G.E.: El grupo experimental G.C.: El grupo control O<sub>1</sub> O<sub>3</sub> : Resultados del Pre Test. O<sub>2</sub> O<sub>4</sub> : Resultados del Post Test. X : Variable Experimental (Uso del Software GEOGEBRA)</p> <p><b>Población</b> Estudiantes de segundo grado de secundaria de la IE “General Emilio Soyer Cabero” del distrito de Chorrillos <b>Muestra:</b> 64 estudiantes, 32 de la sección “G” para el grupo experimental y 32 de la sección “H” para el grupo de control.</p>



### Anexo: B Instrumento de recolección de datos

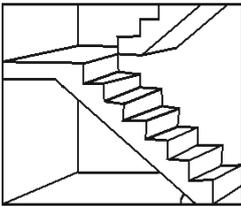
## EVALUACIÓN DE LAS COMPETENCIAS MATEMATICAS BASADOS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Apellidos y Nombres	N° de Orden		Calificación
Profesor responsable	Tiempo		
Patricia Flores Parreño	90 minutos		

*Estimados estudiantes, esta evaluación nos permitirá recoger información sobre la competencia matemática resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio y la competencia matemática resuelve problemas de forma, movimiento y localización. El propósito de recoger información es evaluar las estrategias adquiridas para resolver problemas al aplicar el software geogebra en nuestras sesiones de aprendizaje, considerando en la resolución los cuatro pasos de Miguel de Guzmán: Familiarizarse con el problema (a), búsqueda de estrategia (b), lleva adelante la estrategia (c) y, revisa el proceso y saca conclusiones (d).*

*Esta evaluación consta de 15 preguntas que se desarrollaran en 90 minutos.*

1. Un ingeniero anota las medidas de los ángulos que forman la escalera con el piso y la parte superior, el ángulo con el piso es de  $2x - 10$  y el de la parte superior  $3x + 20$ . ¿Cuáles son las medidas de dichos ángulos?

a) Señala los datos del problema y que pide el problema

b) ¿Qué estrategia vas a aplicar?
c) Desarrolla la estrategia elegida.
d) ¿Puedes verificar el resultado?

2. El gimnasio "Olympus" cobra un derecho de inscripción de 40 soles y una mensualidad de 80 soles, mientras que el gimnasio "Iron Gym" cobra 120 soles por derecho de inscripción y 60 soles de mensualidad. Ambos gimnasios se ubican en la misma avenida, tienen instalaciones semejantes y las mismas máquinas. ¿En qué mes ambos gimnasios pagan lo mismo?

a) Señala los datos del problema y que pide el problema	b) ¿Qué estrategia vas a aplicar?
c) Desarrolla la estrategia elegida	d) ¿Puedes verificar el resultado?

3. Una empresa de chocolate inicia su producción con 500 cajas de chocolates, en el quinto mes, la producción asciende a 4000 cajas de chocolate. ¿En qué mes llegará a producir 7500 cajas, si describe una función lineal?

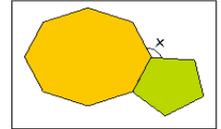
a) Señala los datos del problema y que pide el problema	b) ¿Qué estrategia vas a aplicar?
c) Desarrolla la estrategia elegida	d) ¿Puedes verificar el resultado?

4. Se desea hacer una réplica de la ventana presentada. Si se sabe que tiene los lados iguales, ¿cuál es la medida del ángulo interior formado por dos lados consecutivos?



a) Señala los datos del problema y que pide el problema	b) ¿Qué estrategia vas a aplicar?
c) Desarrolla la estrategia elegida	d) ¿Puedes verificar el resultado?

5. David diseña dos parques de forma de polígonos regulares que están unidos como se muestra en la figura. Ayuda a David a determinar la medida del ángulo exterior formado por la unidos de los dos polígonos (ángulo "x")



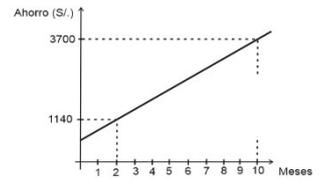
a) Señala los datos del problema y que pide el problema	b) ¿Qué estrategia vas a aplicar?
c) Desarrolla la estrategia elegida	d) ¿Puedes verificar el resultado?

6. Una caja contiene seis latas de refresco, como en la figura siguiente. ¿Qué porcentaje de volumen del interior de la caja no está ocupado por las latas?. Considerar  $\pi=3$



a) Señala los datos del problema y que pide el problema	b) ¿Qué estrategia vas a aplicar?
c) Desarrolla la estrategia elegida	d) ¿Puedes verificar el resultado?

7. Luisa cobra S/. 20 por la consulta dental y S/. 48 por cada curación que realice, ¿Cuál es el modelo matemático que representa la situación y cuánto gastará Ernesto si tiene que realizarse 5 curaciones?



a) Señala los datos del problema y que pide el problema	b) ¿Qué estrategia vas a aplicar?
c) Desarrolla la estrategia elegida	d) ¿Puedes verificar el resultado?

8. El siguiente grafico muestra ganancia mensual de una fábrica de muebles en los últimos 10 meses. ¿A cuánto ascenderá su ganancia en dos años si es una función lineal afín?

a) Señala los datos del problema y que pide el problema	b) ¿Qué estrategia vas a aplicar?
c) Desarrolla la estrategia elegida	d) ¿Puedes verificar el resultado?

9. Los Pantanos de Villa es una reserva natural, que permite la anidación y el tránsito de aves migratorias y residentes. Si 25 participantes del grupo Scout de la IE Soyer visitaron Los Pantanos de Villa, pagando por entradas un total de S/.128, si cada entrada de niños es S/. 4 y de adultos S/. 8. ¿Cuántos niños y adultos visitaron Los Pantanos de Villa?

a) Señala los datos del problema y que pide el problema	b) ¿Qué estrategia vas a aplicar?
c) Desarrolla la estrategia elegida	d) ¿Puedes verificar el resultado?

10. Un estudiante de la facultad de Agronomía debe preparar una mezcla de avena y maíz para alimentar al ganado. Cada porción de avena contiene 4 g. de proteínas y 18 g. de carbohidratos. Una porción de maíz contiene 3 g. de proteínas y 24 g. de carbohidratos. ¿Cuántas porciones de avena y maíz debe incluir la mezcla para cumplir con los requisitos nutricionales de 200 g de proteínas y 1320 g de carbohidratos por comida?

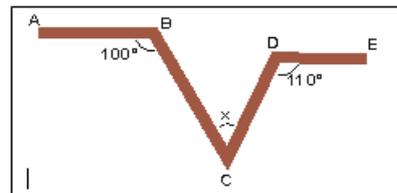
a) Señala los datos del problema y que pide el problema	b) ¿Qué estrategia vas a aplicar?
c) Desarrolla la estrategia elegida	d) ¿Puedes verificar el resultado?

11. Julio estudiante de segundo grado observa un sistema de ecuaciones en una tarjeta y decide determinar los coeficientes de las variables “x” e “y”. Escribe el sistema de ecuaciones.

$\begin{cases} (5m + 1)x + (3n + 6)y = 6 \\ (m + 3)x - (n + 1)y = 4 \end{cases}$	<i>Es INDETERMINADO</i>
--	-------------------------

a) Señala los datos del problema y que pide el problema	b) ¿Qué estrategia vas a aplicar?
c) Desarrolla la estrategia elegida	d) ¿Puedes verificar el resultado?

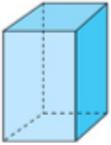
12. Luis diseña un esquema de una repisa de madera que construirá. ¿Cuánto debe medir el ángulo C para que AB y DE sean paralelas?



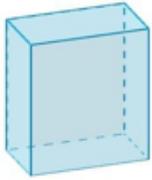
a) Señala los datos del problema y que pide el problema	b) ¿Qué estrategia vas a aplicar?
c) Desarrolla la estrategia elegida	d) ¿Puedes verificar el resultado?

13. En la IE Soyer se desarrolla el Proyecto de Elaboración de Tacho para residuos sólidos, presentando los siguientes diseños:

Tacho de base cuadrada de 50cm de lado y 80cm de alto



Tacho de base de un rectangular de 30cm y 50cm de lado, y 100cm de alto



¿Cuál de los dos tachos tendrán mayor volumen?

c) Señala los datos del problema y que pide el problema	d) ¿Qué estrategia vas a	
c) Desarrolla la estrategia elegida	d) ¿Puedes verificar el resultado?	

14. Los agricultores de la región de Ayacucho realizan la construcción de canales de irrigación de forma de un trapecio ABCD, si  $m\angle A = 70^\circ$ ,  $m\angle B = 40^\circ$ ,  $BC = 120\text{cm}$  y  $CD = 50\text{cm}$ . ¿Cuánto mide la longitud superior del canal de irrigación?

a) Señala los datos del problema y que pide el problema	b) ¿Qué estrategia vas a aplicar?
c) Desarrolla la estrategia elegida	d) ¿Puedes verificar el resultado?

15. Ana ha dibujado un polígono de 10 lados y ha conseguido trazar 28 diagonales de todas la .  
tiene. ¿Cuántas diagonales le faltan trazar?

a) Señala los datos del problema y que pide el problema	b) ¿Qué estrategia vas a aplicar?
c) Desarrolla la estrategia elegida	d) ¿Puedes verificar el resultado?

## Anexo C: Programa de intervención en la competencia de resuelve problemas de forma, movimiento y localización



### SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 01

TÍTULO DE LA SESIÓN: Recorrido de Carlos a la escuela

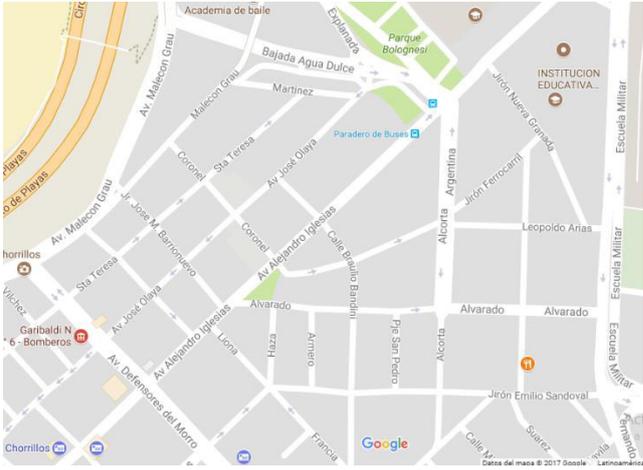
#### I. DATOS INFORMATIVOS:

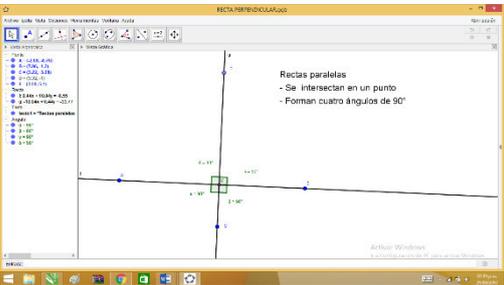
1.1. ÁREA	Matemática	1.4. FECHA	29 de agosto del 2019
1.2. GRADO/ SECCIÓN (ES)	2do G	1.5. DURACIÓN	2 horas
1.3. BIMESTRE	III	1.6. DOCENTE	Patricia Flores Parreño

#### II. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	CAMPO TEMÁTICO	INDICADORES	INSTRUMENTOS
RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN	Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas	Rectas paralelas, Perpendiculares y secantes	Representa trazos de rectas paralelas, perpendiculares y secantes siguiendo instrucciones y usando el software geogebra.	<input type="checkbox"/> Práctica dirigida <input type="checkbox"/> Práctica calificada <input checked="" type="checkbox"/> Ficha de trabajo <input type="checkbox"/> Cuaderno de Reforzamiento <input checked="" type="checkbox"/> Lista de cotejo <input type="checkbox"/> Prueba de desarrollo <input type="checkbox"/> Prueba objetiva <input type="checkbox"/> Otros

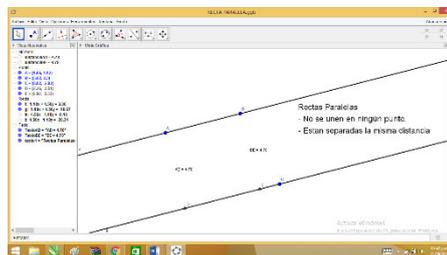
#### III. SECUENCIA DIDÁCTICA

SECUENCIA DIDÁCTICA	ACTIVIDADES/ ESTRATEGIAS	TIEMPO
<b>MOTIVACIÓN</b> <b>INICIO</b> ➤ Motivación. ➤ Recuperación de saberes previos. ➤ Generación del conflicto cognitivo.	<ul style="list-style-type: none"> <li>El docente saluda a sus estudiantes y presenta la situación de contexto.</li> </ul> <p style="text-align: center;"><b>RECORRIDO DE CARLOS A LA ESCUELA</b></p> <p>Carlos sale todas la mañana de su casa a la escuela, realizando cada día un recorrido diferente. Traza dos rutas que realizaría Carlos para ir a su escuela. Anota las rutas que podría emplear Carlos.</p>  <p style="text-align: center;"><b>FAMILIARIZARSE CON EL PROBLEMA</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>El docente realiza las preguntas: ¿Como son las calles que observamos en el mapa?. ¿Qué entendemos cuando no dicen que las calles son perpendiculares? ¿Cuándo las calles serian paralelas?. Identifican en el mapa calles perpendiculares, paralelas y secante y anota en la ficha.             <ol style="list-style-type: none"> <li>Dos pares de calles paralelas:</li> <li>Dos pares de calles perpendiculares</li> <li>Dos pares de calles oblicuas</li> </ol> </li> <li>Los estudiantes responden las preguntas en su ficha de trabajo, luego compartimos a manera de lluvia de ideas y el docente toma nota de las participaciones voluntarias.</li> </ul>	30min

		<p>- El docente presenta el propósito de la sesión: Reconocer las características de las rectas paralelas, perpendiculares y oblicuas utilizando el software geogebra</p>	
	<p><b>PROCESO</b></p> <p>➤ <b>Proceso de construcción del nuevo aprendizaje</b></p> <p>➤ <b>Aplicación de lo aprendido</b></p>	<p><b>BUSQUEDA DE ESTRATEGIA Y LLEVA ADELANTE LA ESTRATEGIA</b></p> <p>Los estudiantes abren el programa para determinar las características de las rectas: perpendiculares, paralelas y oblicuas, realizando los siguiendo los pasos:</p> <p><b>RECTAS PERPENDICULARES</b></p> <p>Abrir un archivo nuevo en Geogebra</p> <p>En “Vista Gráfica”, realice un clic con el botón derecho: oculta ejes y cuadrícula.</p> <p>Con la herramienta “Recta” (por 2 puntos)” traza una recta. (preferentemente horizontal. Se crean los puntos A y B)</p> <p>Con la herramienta “Perpendicular” realice un clic para crear el punto C (exterior a la recta creada) y un clic sobre la primera recta creada. (Queda definida así, una nueva recta que será perpendicular a la primera y que pasa por el punto C).</p> <p>Con la herramienta “Intersección” ubica el punto de intersección de las dos rectas trazadas (Punto D)</p> <p>Con la herramienta “Angulo” (dados 3 puntos en sentido antihorario) construí los ángulos ADC, CDB, BDE y EDA.</p> <p>Con la herramienta “Texto” determina las características de las rectas paralelas.</p> <p>El diseño queda así:</p>  <p>Los estudiantes movilizan los puntos, y deducen las características de las rectas perpendiculares, anotando en su ficha de trabajo.</p> <p>Los estudiantes siguen las indicaciones para formar rectas paralelas y anotan las conclusiones en su ficha.</p> <p><b>RECTAS PARALELAS</b></p> <p>Abrir un archivo nuevo en Geogebra</p> <p>En “Vista Gráfica”, realice un clic con el botón derecho: oculta ejes y cuadrícula.</p> <p>Con la herramienta “Recta” (por 2 puntos)” traza una recta. (preferentemente horizontal. Se crean los puntos A y B)</p> <p>Con la herramienta “Paralela” realice un clic para crear el punto C (exterior a la recta creada) y un clic sobre la primera recta creada. (Queda definida así, una nueva recta que será paralela a la primera y que pasa por el punto C).</p> <p>Con la herramienta “Perpendicular” traza una recta que pase por el punto A y otra que pase por el punto B.</p> <p>Con la herramienta “Intersección” ubica el punto D y E en cada uno de las rectas que se cortan.</p>	<p><b>5</b></p> <p><b>0 min</b></p>

Con la herramienta “Distancia” determina la distancia de AD y BE.  
Con la herramienta “Texto” determina las características de las rectas paralelas.

Los estudiantes siguen las indicaciones para formar rectas oblicuas y anotan las conclusiones en su ficha.



### RECTAS OBLICUAS

Abrir un archivo nuevo en Geogebra

En “Vista Gráfica”, realice un clic con el botón derecho: oculta ejes y cuadrícula.

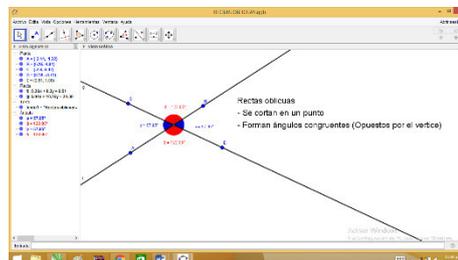
Con la herramienta “Recta” (por 2 puntos)” traza una recta. Se crean los puntos A y B

Con la herramienta “Recta” (por 2 puntos)” traza una recta que intersecte a la recta AB. Se crean los puntos C y D).

Con la herramienta “Intersección” ubica el punto de intersección de las dos rectas trazadas (Punto E)

Con la herramienta “Angulo” (dados 3 puntos en sentido antihorario) construí los ángulos CEA, AED, DEB, BEC.

Con la herramienta “Texto” determina las características de las rectas Oblicuas.



El docente orienta y acompaña la construcción de las rectas, perpendiculares, paralelas y oblicuas.

**CIERRE**  
➤ Transferencia a nuevas situaciones  
➤ Metacognición

### REVISAR EL PROCESO Y SACAR CONCLUSIONES

- El docente finaliza la sesión planteando las siguientes interrogantes:
  - ✎ ¿Qué dificultades crees que se presentaron?
  - ✎ ¿En qué situaciones cotidianas aplicamos las rectas paralelas, perpendiculares y oblicuas?
- El docente cierra la sesión con las ideas fuerza de lo tratado:
  - ✎ Las rectas perpendiculares se cruzan y forman ángulos rectos ( $90^\circ$ )
  - ✎ Las rectas paralelas están separadas la misma distancia.
  - ✎ Las rectas secantes u oblicuas se cruzan y forman ángulos opuestos por el vértice (ángulos congruentes).

10min

**IV. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR:**

Ficha de trabajo, multimedia, laptops, software geogebra.

---

Patricia Flores Parreño  
Docente de área

---

Alfredo Alcántara Hernández  
Coordinador

---

Teresa Sifuentes Yataco  
Sub Director Form. Gral.

---

CrI. Cesar Augusto Contreras Torres  
Director



### Anexo D. Ficha de trabajo de Matemática – 01

#### Segundo grado de Secundaria - 2017

Nombre y Apellido: \_\_\_\_\_ N° Orden \_\_\_\_\_

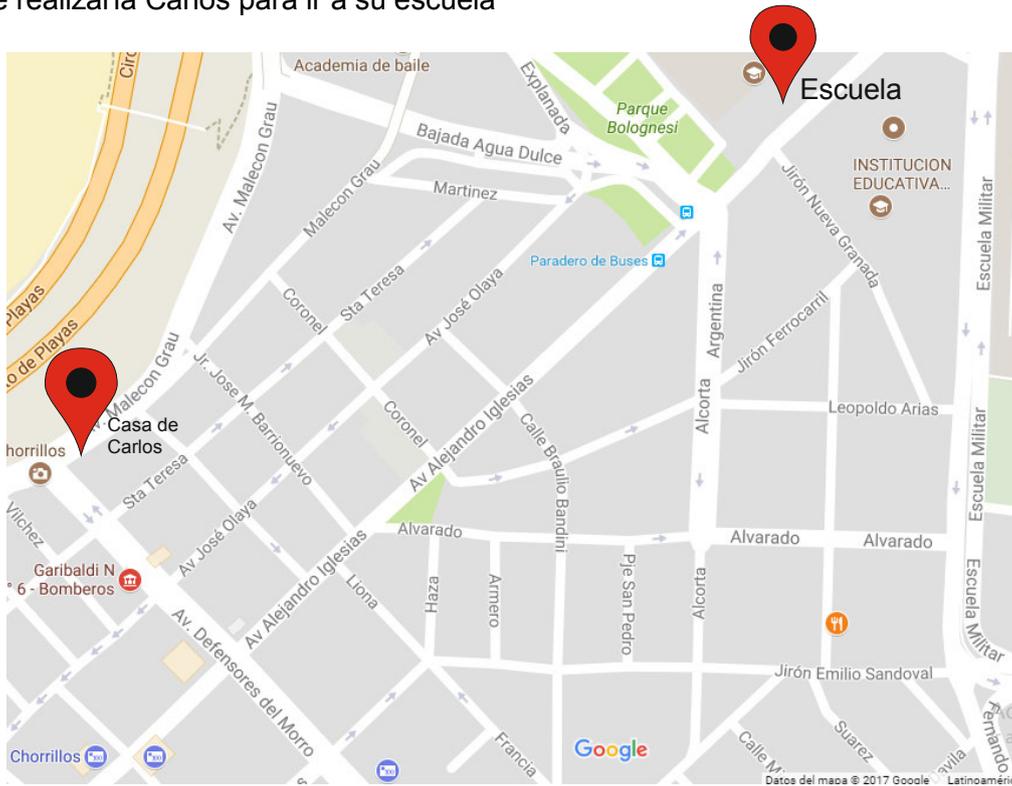
Profesor responsable: Patricia Flores Parreño

**Propósito:** Reconocer las característica de las rectas paralelas, perpendiculares y oblicuas utilizando el software geogebra.

**Competencia:** Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

#### RECORRIDO DE CARLOS A LA ESCUELA

Carlos sale todas la mañana de su casa a la escuela, realizando cada día un recorrido diferente. Traza dos rutas que realizaría Carlos para ir a su escuela



Anota dos rutas que podría emplear Carlos.

Ruta 1: \_\_\_\_\_

Ruta 2: \_\_\_\_\_

Observa el mapa e indica:

1. Dos pares de calles paralelas:

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

2. Dos pares de calles perpendiculares

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

3. Dos pares de calles oblicuas

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Utilizando el software geogebra, construye rectas paralelas, perpendiculares y oblicuas y determina las características de cada una.

### RECTAS PERPENDICULARES

-  Abrir un archivo nuevo en Geogebra
-  En "Vista Gráfica", realice un clic con el botón derecho: oculta ejes y cuadrícula.
-  Con la herramienta "Recta" (por 2 puntos) traza una recta. (preferentemente horizontal. Se crean los puntos A y B)
-  Con la herramienta "Perpendicular" realice un clic para crear el punto C (exterior a la recta creada) y un clic sobre la primera recta creada. (Queda definida así, una nueva recta que será perpendicular a la primera y que pasa por el punto C).
-  Con la herramienta "Intersección" ubica el punto de intersección de las dos rectas trazadas (Punto D)
-  Con la herramienta "Angulo" determine la medida de los ángulos ADC, CDB, BDE y EDA.

Grafica

Característica

Las recta se cortan en \_\_\_\_\_

Las recta formas ángulos de \_\_\_\_\_

o \_\_\_\_\_

### RECTAS PARALELAS

-  Abrir un archivo nuevo en Geogebra
-  En "Vista Gráfica", realice un clic con el botón derecho: oculta ejes y cuadrícula.
-  Con la herramienta "Recta" (por 2 puntos) traza una recta. (preferentemente horizontal. Se crean los puntos A y B)
-  Con la herramienta "Paralela" realice un clic para crear el punto C (exterior a la recta creada) y un clic sobre la primera recta creada. (Queda definida así, una nueva recta que será paralela a la primera y que pasa por el punto C).
-  Con la herramienta "Perpendicular" traza una recta que pase por el punto A y otra que pase por el punto B.
-  Con la herramienta "Intersección" ubica el punto D y E en la recta paralela a AB.
-  Con la herramienta "Distancia" determina la distancia de AD y BE.

Grafica

Característica

Las rectas no se \_\_\_\_\_

Las rectas están \_\_\_\_\_ la

misma \_\_\_\_\_

### RECTAS OBLICUAS

-  Abrir un archivo nuevo en Geogebra
-  En "Vista Gráfica", realice un clic con el botón derecho: oculta ejes y cuadrícula.
-  Con la herramienta "Recta" (por 2 puntos) traza una recta. Se crean los puntos A y B
-  Con la herramienta "Recta" (por 2 puntos) traza una recta que intersecte a la recta AB. Se crean los puntos C y D).
-  Con la herramienta "Intersección" ubica el punto de intersección de las dos rectas trazadas (Punto E)
-  Con la herramienta "Angulo" (dados 3 puntos en sentido antihorario) determine la medida de los ángulos CEA, AED, DEB, BEC.

Grafica

Característica

Las rectas se cortan en \_\_\_\_\_

Las rectas forman ángulos \_\_\_\_\_, por el vértice y tienen la \_\_\_\_\_ medida.

## Anexo E. Programa de intervención de la competencia de resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio



### SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 05

TÍTULO DE LA SESIÓN: Desayuno nutritivo

#### I. DATOS INFORMATIVOS:

1.1 ÁREA	Matemática	1.4.FECHA	19 de setiembre del 2019
1.2 GRADO/ SECCIÓN (ES)	2do A-B-C-D-E-F-G-H-I	1.5.DURACIÓN	2 horas
1.3 BIMESTRE	III	1.6. DOCENTE	Patricia Flores Parreño

#### II. APRENDIZAJES ESPERADOS

COMPETENCIA	CAPACIDADES	CAMPO TEMÁTICO	INDICADORES	INSTRUMENTOS
RESUELVE PROBLEMAS DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas	Función lineal	Usa modelos de variación referidos a la función lineal al plantear y resolver problemas	<input type="checkbox"/> Práctica dirigida <input type="checkbox"/> Práctica calificada <input checked="" type="checkbox"/> Ficha de trabajo <input type="checkbox"/> Cuaderno de Reforzamiento <input checked="" type="checkbox"/> Lista de cotejo <input type="checkbox"/> Prueba de desarrollo <input type="checkbox"/> Prueba objetiva <input type="checkbox"/> Otros
	Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas		Describe las características de la función lineal afin, y la familia de ella. Emplea representaciones tabulares, gráficas y algebraicas de la función lineal.	
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales		Emplea estrategias heurísticas y procedimientos para resolver problemas de función lineal considerando ciertos valores, su regla de la función, o a partir de su representación.	

#### III. SECUENCIA DIDÁCTICA

SECUENCIA DIDÁCTICA	ACTIVIDADES/ ESTRATEGIAS	TIEMPO
<b>MOTIVACIÓN</b>	<p>- El docente inicia la sesión dando la bienvenida a los estudiantes y presenta los siguientes enunciados:</p> <p style="text-align: center;"><b>DESAYUNO NUTRITIVO</b></p> <p>Las naranjas en particular son muy buenas aliadas en tu batalla contra el cansancio, la fatiga crónica y los nervios. Esto se debe a que cuenta con sustancias muy benéficas (entre ellas el calcio, el hierro y el magnesio) que reducen el estrés. También estos elementos potencian la visión, mejoran el tránsito intestinal y fortalecen los huesos. Gracias a los ácidos cítricos y a las sales minerales la naranja mejora nuestro humor. Por ello es por lo que se aconseja beber un rico jugo por las mañanas. ¡Sonrisas aseguradas para toda la jornada!</p> <p>Rosario compra 8 kg de naranja para el desayuno de su hijo Roberto. Cada kilogramo de naranja le cuesta 2 soles. Roberto decide representar algebraica, tabular y gráficamente la situación, utilizando el software geogebra.</p> <p style="text-align: center;"><b>FAMILIARIZARSE CON EL PROBLEMA</b></p> <p>- El docente realiza las siguientes preguntas, ¿Qué relación existe entre los kilogramos de naranja y el costo? ¿Quién es la variable independiente? ¿Quién es la variable dependiente? ¿Qué condición se cumple en las funciones?</p> <p>- Los estudiantes responden a manera de lluvia de ideas y el docente toma nota de las participaciones voluntarias.</p> <p>- El docente presenta el propósito de la sesión: Describir las características de la función lineal y su representación tabular, gráfica y algebraica con el uso del software geogebra.</p>	<b>20min</b>

**PROCESO**

➤ **Proceso de construcción del nuevo aprendizaje**

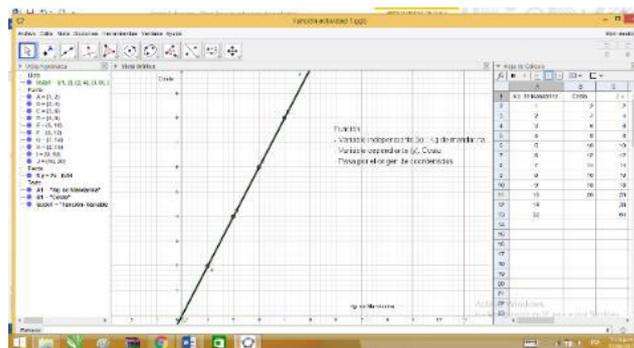
➤ **Aplicación de lo aprendido**

**BUSQUEDA DE ESTRATEGIA Y LLEVA ADELANTE LA****ESTRATEGIA**

El docente invita a los estudiantes que utilizando el geogebra expresen de forma algebraica, tabular y grafica la función, siguiendo los pasos:

1. Abrir un archivo nuevo en Geogebra
2. Activa la vista algebraica, vista gráfica y Hoja de cálculo.
3. En “Hoja de cálculo”, elabora la tabla, la primera columna Kilogramos de naranja y otra columna de Costo.
4. Con la herramienta “Lista de puntos” ubicamos los pares ordenados obtenidos en la tabla en la vista gráfica.
5. En la bandeja de entrada, expresamos la función:  $y = 2x$
6. Con la herramienta “Texto” anotamos las características de la función.

Queda así:



Los estudiantes completan el cuadro a partir de las representaciones realizadas en el geogebra.

Representación algebraica	Representación tabular	Representación grafica														
Modela la función x : _____ y : _____ Entonces : _____ Es una función : _____	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Kilogramos de naranja</th> <th>Costo</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td></td> </tr> <tr> <td>5</td> <td></td> </tr> <tr> <td>8</td> <td></td> </tr> <tr> <td>16</td> <td></td> </tr> <tr> <td>32</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Kilogramos de naranja	Costo	1		2		5		8		16		32		
Kilogramos de naranja	Costo															
1																
2																
5																
8																
16																
32																

Luego, los estudiantes responden las preguntas:

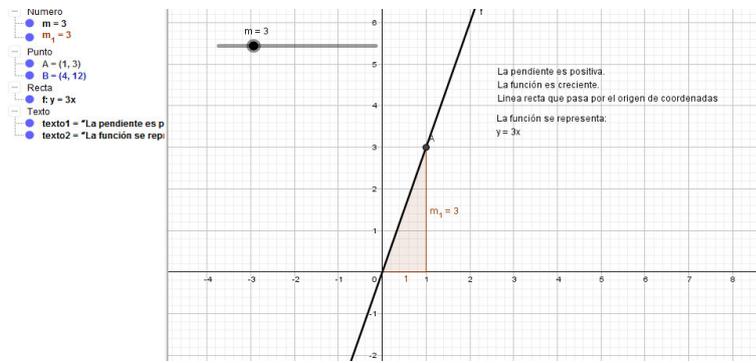
- a) ¿Cuánto pagó Rosario por las naranjas que compro?
- b) Si decide comprar 32 kg de naranja, ¿cuánto pagaría?

¿Qué proceso utilice?

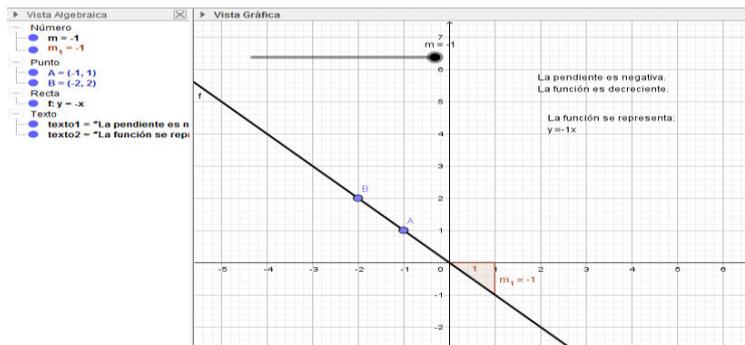
- c) Rosario dispone solo de 29 soles, ¿cuántos kilogramos de naranja podrá comprar?

Los estudiantes realizan la actividad 1, que consiste en determinar las características de la función lineal, empleando el software geogebra.

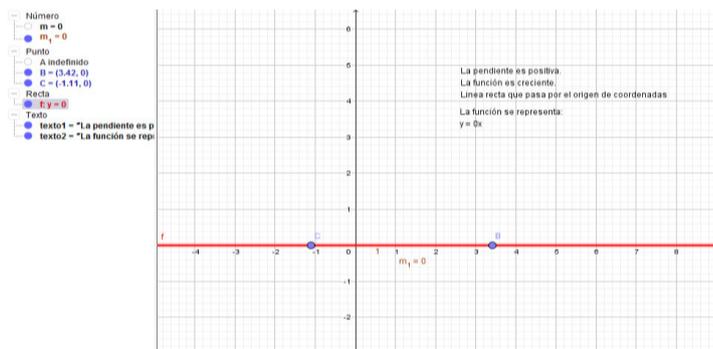
Cuando la pendiente es positiva:



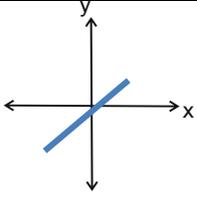
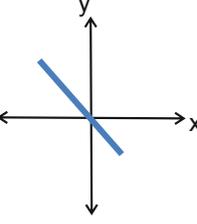
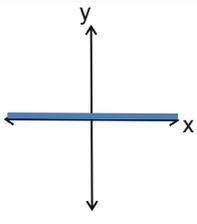
Cuando la pendiente es negativa



Cuando la pendiente es cero



Los estudiantes registran sus conclusiones en la ficha de trabajo.

Función	Grafica	Descripción
lineal		
$y = mx, m > 0$		La pendiente es <b>positiva</b> La función es <b>creciente</b> La recta pasa por el <b>origen</b> de coordenadas.
$y = mx, m < 0$		La pendiente es <b>negativa</b> La función es <b>decreciente</b> La recta pasa por el <b>origen</b> coordenadas.
$y = mx, m = 0$		La pendiente es <b>cero</b> La recta <b>coincide</b> con el eje x. Se representa como: <b>y=0</b> y se denomina <b>Función constante</b>

- En parejas, empleando el geogebra, realizan la actividad 2, para determinar la representación algebraica, tabular y grafica de cada situación problemática, siguiendo los pasos de Miguel de Guzmán.

### CIERRE

- **Transferencia a nuevas situaciones**
- **Metacognición**

### REVISAR EL PROCESO Y SACAR CONCLUSIONES

- El docente cierra la sesión con ideas fuerza de lo tratado:
  - ✎ Toda función lineal se representa mediante la expresión:  $f(x) = mx$ . Donde: m representa la pendiente.
  - ✎ Una de las características de la función lineal es que su gráfica pasa por el origen de las coordenadas.
  - ✎ El dominio de la función  $f(x) = mx$ , son todos los valores que toma la variable "x" (primeras componentes).
  - ✎ El rango de la función  $f(x) = mx$ , son todos los valores que toma la variable "y" (segunda componente).
- Finalmente, los estudiantes responden a las siguientes preguntas de manera oral:
  - ¿Qué aprendimos? ¿Cómo lo aprendimos? ¿Nos sirve lo que aprendimos? ¿Dónde podemos utilizar lo que aprendimos?

10min

**IV. MATERIALES O RECURSOS A UTILIZAR:**

Ficha de trabajo, multimedia, laptops, software geogebra.

---

Patricia Flores Parreño  
Docente de área

---

Alfredo Alcántara Hernández  
Coordinador

---

Teresa Sifuentes Yataco  
Sub Director Form. Gral.

---

CrI. Cesar Augusto Contreras Torres  
Director

Nombre y Apellido: \_\_\_\_\_ N° Orden: \_\_\_\_\_

Profesor responsable: Patricia Flores Parreño

**Propósito:** Describir las características de la función lineal y su representación tabular, gráfica y algebraica con el uso del geogebra.

**Competencia:** Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

### DESAYUNO NUTRITIVO

Las naranjas en particular son muy buenas aliadas en tu batalla contra el cansancio, la fatiga crónica y los nervios. Esto se debe a que cuenta con sustancias muy benéficas (entre ellas el calcio, el hierro y el magnesio) que reducen el estrés. También estos elementos potencian la visión, mejoran el tránsito intestinal y fortalecen los huesos.

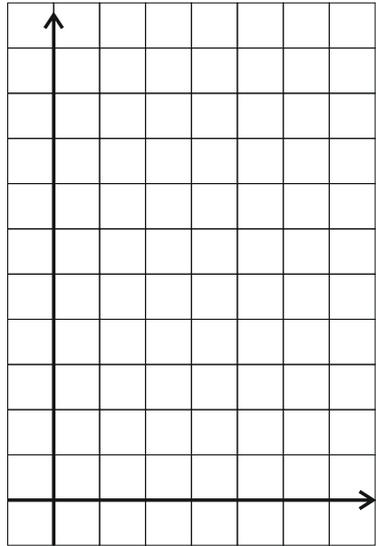
Gracias a los ácidos cítricos y a las sales minerales la naranja mejora nuestro humor.

Por ello, se aconseja beber un rico jugo por las mañanas. ¡Sonrisas aseguradas para toda la jornada!



Rosario compra 8 kg de naranja para el desayuno de su hijo Roberto. Cada kilogramo de naranja le cuesta 2 soles. Roberto decide representar algebraica, tabular y gráficamente la situación, utilizando el software geogebra.

1.

Representación algebraica	Representación tabular	Representación grafica														
Modela la función  x : _____  y : _____  Entonces: _____  Es una función: _____	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Kilogramos de naranja</th> <th>Costo</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td></td> </tr> <tr> <td>5</td> <td></td> </tr> <tr> <td>8</td> <td></td> </tr> <tr> <td>19</td> <td></td> </tr> <tr> <td>32</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Kilogramos de naranja	Costo	1		2		5		8		19		32		
Kilogramos de naranja	Costo															
1																
2																
5																
8																
19																
32																

Responde:

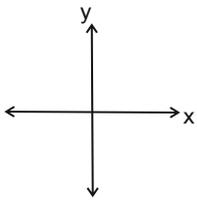
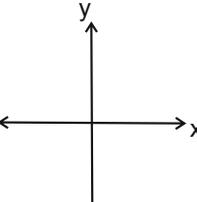
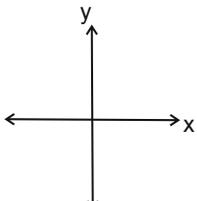
- ¿Cuánto pagó Rosario por las naranjas que compro? \_\_\_\_\_
- Si decide comprar 32 kg de naranja, ¿cuánto pagaría? ¿Qué proceso utilice?
- Rosario dispone solo de 29 soles, ¿cuántos kilogramos de naranja podrá comprar?

**Actividad 1**

Empleando el software geogebra, determinamos las características de la función lineal.

-  Activa el deslizador de la barra de herramientas 
-  En la ventana de deslizador completa, el intervalo mínimo 1 y máximo 10, y el incremento 1
-  En la barra de entrada, escribe:  $y=mx$ .

Analizamos cada situación

Función lineal	Grafica	Descripción
$y = mx, m > 0$		<p>La pendiente es _____</p> <p>La función es _____</p> <p>La recta pasa por el _____ de coordenadas.</p>
$y = mx, m < 0$		<p>La pendiente es _____</p> <p>La función es _____</p> <p>La recta pasa por el _____ de coordenadas.</p>
$y = mx, m = 0$		<p>La pendiente es _____</p> <p>La recta _____ con el eje x.</p> <p>Se representa como: _____ y se denomina _____</p>

**ACTIVIDAD 2**

1. La Sra. Matilde vende frutas en el mercado, para promocionar sus productos, pone carteles en cada uno de ellos, como se muestra en el cartel.

- ¿Cuál es el modelo matemático que representa la situación?
- El área de CTA decide fomentar el consumo de fruta, y adquiere 28 kg de manzanas para entregar a los estudiantes de 2do grado. ¿Cuánto gastaron en la compra?



Familiarizarse con el problema	Búsqueda de estrategia
Lleva adelante la estrategia	Revisa el proceso y saca conclusiones

2. Un avión vuela a una velocidad constante de 500 km/h, el tiempo de vuelo máximo es de 20 horas.
- ¿Cuál es la distancia recorrida en 18 horas? Y si volaría 5 horas más, ¿cuál es la distancia recorrida?
  - ¿Cuánto tiempo se demora en recorrer 6000 km?

Familiarizarse con el problema	Búsqueda de estrategia
Lleva adelante la estrategia	Revisa el proceso y saca conclusiones

3. La Academia de Fútbol "Súper Campeones", realiza una promoción al iniciarse la temporada de vacaciones útiles exonerando el pago de matrícula y solo cobrará la mensualidad de 80 soles.
- ¿Cuál es el modelo matemático que representa la situación?

- b) El padre de Héctor aprovecha esta promoción e inscribe a su hijo pagando S/. 560 ¿Para cuantos meses de academia pagó el padre de Héctor?

<b>Familiarizarse con el problema</b>	<b>Búsqueda de estrategia</b>
<b>Lleva adelante la estrategia</b>	<b>Revisa el proceso y saca conclusiones</b>