



Universidad Nacional  
**Federico Villarreal**

Vicerrectorado de  
**INVESTIGACIÓN**

**FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS**

**“ACTIVIDAD MACROECONÓMICA Y DESIGUALDAD  
DEL INGRESO: ESTUDIO DEL CASO PERUANO ENTRE  
1997-2013”**

**TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE  
ECONOMISTA**

**AUTOR: JUVERT ALEXI HUARANGA NARVAJO**

**ASESOR: DR. WILLIAN SEBASTIAN FLORES SOTELO**

**JURADO**

**MAG. FREDDY EUTIMIO ALZAMORA NOROÑA**

**DR. JORGE LUIS PASTOR PAREDES**

**DRA. MIRTHA LUZ TUNANÑAÑA GUITERRES**

**LIMA-PERÚ**

**2019**

**“ACTIVIDAD MACROECONÓMICA Y DESIGUALDAD  
DEL INGRESO: ESTUDIO DEL CASO PERUANO ENTRE  
1997-2013”**

**AUTOR:** JUVERT ALEXI HUARANGA NARVAJO

**ASESOR:** DR. WILLIAN SEBASTIAN FLORES SOTELO

# Dedicatoria

Dedico esta tesis primeramente a Dios por darme la vida y la fortaleza para continuar cada día, a la Universidad Nacional Federico Villarreal por darme la oportunidad de pertenecer a esta casa de estudios y poder realizarme profesionalmente, y finalmente dedico la tesis a mi familia, amigos, personal administrativo y profesores universitarios a los cuales estoy en deuda por el apoyo, paciencia y amistad mostrado a lo largo del tiempo.

# Agradecimientos

Esta tesis no hubiera sido posible sin el gran apoyo de muchas personas que me motivaron y ayudaron con sus consejos, comentarios y enseñanzas dados durante mi estancia universitaria y posterior, a los cuales extiendo un agradecimiento eterno. En especial manera agradezco a mis profesores de Microeconomía, Crecimiento Económico y Econometría quienes me impulsaron a investigar a profundidad cada materia y superar los obstaculos de desarrollos más avanzados, asi también a mi asesor de tesis por sus brillantes comentarios y consejos a la hora de elaborar y mejorar esta tesis, cualquier error u omisión recae enteramente bajo mi responsabilidad.

# Índice general

<b>Dedicatoria</b>	<b>1</b>
<b>Agradecimientos</b>	<b>2</b>
<b>Resumen</b>	<b>9</b>
<b>Introducción</b>	<b>11</b>
<b>Presentación</b>	<b>13</b>
<b>I Marco teórico</b>	<b>14</b>
<b>1. Planteamiento de la investigación</b>	<b>15</b>
1.1. Planteamiento del problema . . . . .	15
1.2. Explicación de la realidad y su problemática . . . . .	15
1.2.1. Problema Principal . . . . .	16
1.2.2. Problema Específico . . . . .	16
1.3. Objetivos e importancia de la investigación . . . . .	16
1.3.1. Objetivo general . . . . .	16
1.3.2. Objetivos específicos . . . . .	16
1.3.3. Importancia de la investigación . . . . .	17
1.4. Formulación de la hipótesis . . . . .	17
1.4.1. Hipótesis principal o general . . . . .	17
1.4.2. Hipótesis específicas . . . . .	17
1.5. Fundamentos teóricos de la investigación . . . . .	17
1.5.1. Revisión de la literatura . . . . .	17
1.5.2. Bases teóricas . . . . .	18

1.6.	Variables . . . . .	18
1.6.1.	Identificación de variables . . . . .	18
1.6.2.	Operacionalización de las variables, indicadores, índices, etc . . . . .	18
1.7.	Descripción del método de investigación a utilizar . . . . .	19
1.8.	Contrastación de hipótesis . . . . .	19
1.8.1.	Diseño de modelo de comprobación de hipótesis . . . . .	19
1.8.2.	Descripción de las técnicas de investigación y de su aplicación en el contraste de hipótesis . . . . .	20
<b>2.</b>	<b>Antecedentes de la investigación</b>	<b>21</b>
2.1.	Investigaciones entre la desigualdad del ingreso y el Producto Interno Bruto . . . . .	21
2.2.	Investigaciones sobre la desigualdad del ingreso y la inflación . . . . .	21
2.3.	Investigaciones sobre la desigualdad del ingreso y la tasa de interés . . . . .	22
2.4.	Investigaciones entre la desigualdad de los ingresos y la actividad macroeconómica . . . . .	23
2.4.1.	Investigaciones en el extranjero . . . . .	23
2.4.2.	Investigaciones en el Perú . . . . .	24
<b>3.</b>	<b>Bases teóricas</b>	<b>27</b>
3.1.	Distribución del ingreso . . . . .	27
3.1.1.	Distribución funcional del ingreso . . . . .	27
3.1.2.	Distribución personal del ingreso . . . . .	29
3.1.2.1.	Factores empíricos que afectan la distribución personal del ingreso . . . . .	30
3.2.	Desigualdad del ingreso . . . . .	31
3.2.1.	Desigualdad de los ingresos y bienestar en una sociedad . . . . .	31
3.2.2.	Consecuencias económicas de la desigualdad del ingreso . . . . .	32
3.3.	Producto Bruto Interno (PIB) . . . . .	33
3.3.1.	teorías sobre el PIB . . . . .	33
3.3.1.1.	Modelos de ciclos económicos reales . . . . .	34
3.3.1.2.	Modelos Nuevo keynesianos . . . . .	35
3.4.	Inflación . . . . .	35
3.4.1.	Efectos de la inflación . . . . .	36

3.4.2.	Teorías de la inflación . . . . .	37
3.4.2.1.	Teoría Cuantitativa del dinero . . . . .	37
3.4.2.2.	Inflación por empuje de costos o tirón de demanda . . . . .	38
3.4.2.3.	Curva de Phillips . . . . .	40
3.5.	Tasa de interés . . . . .	41
3.5.1.	Teorías de la tasas de interés . . . . .	42
3.5.1.1.	Teoría de los fondos prestables . . . . .	42
3.5.1.2.	Teoría de la preferencia por la liquidez . . . . .	44
3.6.	Regresión en series temporales . . . . .	46
3.6.1.	Modelo de regresión lineal . . . . .	46
3.6.2.	El método MCO en modelo el modelo de regresión lineal . . . . .	47
3.6.2.1.	Propiedades estadísticas de los estimadores MCO en regresiones lineales . . . . .	48
3.6.3.	Inferencia en el modelo de regresión lineal . . . . .	49
3.6.3.1.	La prueba t . . . . .	49
3.6.3.2.	La prueba F . . . . .	49

## **II Datos, Modelos y Análisis 51**

### **4. Construcción y Análisis de los datos 52**

4.1.	Construcción de los datos . . . . .	52
4.1.1.	PIB, Inflación y tasas de interés . . . . .	53
4.1.1.1.	Inflación . . . . .	53
4.1.1.2.	PIB real . . . . .	54
4.1.1.3.	Tasas de interés real . . . . .	54
4.1.2.	Desigualdad del Ingreso . . . . .	55
4.1.2.1.	Coefficiente de Gini . . . . .	56
4.1.2.2.	Indice de Entropía Generalizada . . . . .	58
4.1.2.3.	Participación del Ingreso por Percentiles. . . . .	59
4.2.	Análisis descriptivo de los datos . . . . .	59
4.2.1.	Evolución de las variables . . . . .	59
4.2.2.	Correlación entre variables . . . . .	61

4.2.3. Normalidad de las variables . . . . .	61
4.3. Análisis econométrico de los datos . . . . .	62
4.3.1. Raiz unitaria . . . . .	63
<b>5. Modelos, Análisis de los resultados y conclusiones</b>	<b>67</b>
5.1. Los modelos . . . . .	68
5.2. Análisis de los resultados . . . . .	73
5.3. Conclusiones . . . . .	75
5.4. Recomendaciones . . . . .	75
<b>Bibliografía</b>	<b>75</b>
<b>A. Cuadros</b>	<b>85</b>
<b>B. Gráficos.</b>	<b>90</b>
B.1. Deciles del Ingreso . . . . .	90
<b>C. Fórmulas y Procedimientos</b>	<b>92</b>
C.1. Bootstrap de Chang y Park . . . . .	92
C.2. Ajuste recursivo de media y tendencia . . . . .	93
C.2.1. Ajuste recursivo de Media . . . . .	93
C.2.2. Ajuste recursivo de tendencia . . . . .	93

# Índice de cuadros

1.6.1. Identificación de Variables . . . . .	18
2.4.1. Investigaciones previas . . . . .	25
3.2.1. Variables que afectan a la desigualdad del ingreso . . . . .	32
3.3.1. Formas de medir el PIB . . . . .	33
3.4.1. Tipos de Inflación . . . . .	36
3.4.2. Efecto de las variables económicas sobre la inflación en el modelo OA-DA . . . . .	39
3.5.1. Tipos de tasas de interés . . . . .	41
4.3.1. Tests bootstrap de raíz unitaria . . . . .	65
5.1.1. Resultados del modelo de regresión 1 y 2 . . . . .	70
5.1.2. Resultados del modelo de regresión 3 . . . . .	71
5.2.1. Coeficiente de Gini por dominio geográfico 1999-2013 . . . . .	74
A.0.1 Datos de las variables Macroeconómicas . . . . .	85
A.0.2 Datos del coeficiente de Gini e Índice de Entropía Generalizada . . . . .	86
A.0.3 Coeficiente de Gini bajo diferentes especificaciones de ingreso . . . . .	87
A.0.4 Deciles del Ingreso . . . . .	88
A.0.5 Resultados del test de raíz unitaria para los deciles del ingreso . . . . .	89
A.0.6 Testeo de supuestos para la regresión 3 . . . . .	89

# Índice de figuras

3.4.1. Equilibrio en el Modelo de Oferta y Demanda Agregada (OA-DA) .	38
3.4.2. Inflación en el modelo OA-DA . . . . .	38
3.4.3. Curva de Phillips . . . . .	41
3.5.1. Funciones de ahorro e inversión . . . . .	43
3.5.2. Equilibrio en el modelo Ahorro-Inversión . . . . .	44
3.5.3. Mercado de dinero . . . . .	45
3.5.4. Efectos del desplazamiento de la demanda y oferta dinero en la tasa de interés . . . . .	45
4.1.1. Elaboración del coeficiente de Gini . . . . .	57
4.2.1. Evolución de las variables . . . . .	60
4.2.2. Matriz de dispersión del coeficiente de Gini, Tasa de interés, PIB real e inflación . . . . .	61
4.2.3. Normalidad de las variables en el test q-q . . . . .	62
B.1.1. Evolución de los deciles 1, 2, 3 y 4 de la Distribución del Ingreso para el período 1997-2013 . . . . .	90
B.1.2. Evolución de los deciles 5, 6, 7 y 8 de la Distribución del Ingreso para el período 1997-2013 . . . . .	91
B.1.3. Evolución de los deciles 9 y 10 de la Distribución del Ingreso para el período 1997-2013 . . . . .	91

# Resumen

La presente tesis estudia la relación entre la desigualdad de los ingresos y la actividad macroeconómica para la economía peruana en el período 1997-2013. Para lograr tal cometido primero se deriva de manera rigurosa cada una de las variables bajo estudio y se analiza sus propiedades estadísticas haciendo uso de simulaciones bootstrap para posteriormente aplicar diversos modelos econométricos que permitan determinar la existencia de tal relación para la economía peruana.

**PALABRAS CLAVE: Distribución del ingreso, coeficiente de Gini, actividad macroeconómica, raíz unitaria.**

# Abstract

The aim of this paper is to investigate the relationship between income inequality and macroeconomic variables for the Peruvian economy with emphasis in the correct application of procedures and methods to avoid the inference of false relationships. In doing so, time series bootstrap simulations are used intensively. Additionally, social and financial variables are used.

**Keywords:** Bootstrap, equivalence scale, Gini coefficient, income inequality, spurious regression, unit root test.

# Introducción

La desigualdad de los ingresos, y por ende la desigualdad económica, de las personas es un problema crónico de la economía peruana. Prácticamente no hay período alguno en la historia colonial y republicana donde la producción y la riqueza se reparta con relativa equidad entre sus habitantes, lo que demuestra que no importa el tipo de gobierno o el modo de producción de la economía nacional, la desigualdad siempre ha estado presente dando como consecuencia una sociedad bastante fragmentada con marcados contrastes culturales y económicos.

Remontándonos a la época pre-hispana, existía desigualdad debido a la organización social de las diferentes culturas que se organizaban en reinos (en consecuencia la existencia de señores, vasallos y esclavos), incluso en el imperio de los incas existía la desigualdad a pesar de la economía comunitaria que imperaba en el imperio. En la época colonial el problema de la desigualdad se acentuó como consecuencia del proceso de conquista, la imposición de un sistema de clases sociales, la expropiación de la propiedad comunal y el cambio del sistema económico. En la república, a pesar de las nuevas leyes y derechos adquiridos en los primeros 150 años de independencia, la situación se mantuvo prácticamente igual, con excepción de esporádicos momentos de frugalidad consecuencia de alta demanda de algunos commodities (entiéndase el boom del guano, salitre, caucho, minerales). Posteriormente se dio un proceso de quiebre en la década del 70 del siglo XX y la imposición de proceso de estatización y proteccionismo, que concluyó con la debacle económica de finales del 80 en donde no solamente existía una enorme desigualdad sino un empobrecimiento generalizado con más del 50 % de la población en situación de pobreza.

En la última década del siglo XX y primera década del siglo XXI se comenzó un proceso de apertura comercial y liberalización de los mercados, unido a un auge en la demanda de minerales en la primera década del siglo XXI. En este mismo período de tiempo la desigualdad económica experimentó una reducción lenta pero continua que sin embargo todavía sigue siendo elevada para los estándares

internacionales. En consecuencia la desigualdad económica siempre ha sido una característica intrínseca de la economía peruana.

# Presentación

El trabajo Distribución del ingreso y actividad macroeconómica en el Perú desde 1997-2013 es una tesis elaborada para optar el título de licenciado en economía. La tesis se estructura en dos partes bien definidas. La primera parte consiste en el marco teórico de la tesis, aquí en el capítulo 1 se detalla los antecedentes de la investigación de cada una de las variables envueltas en el trabajo mientras que en el capítulo 2 se realiza una exposición las bases teóricas de cada una de las variables dentro de la teoría económica. En la segunda parte se detalla en el capítulo 3 la construcción de cada una de las variables envueltas en el estudio, se analiza sus propiedades estadísticas utilizando métodos descriptivos y paramétricos, y en el capítulo 4 se elaboran los modelos econométricos para analizar la relación entre la desigualdad de los ingresos y la actividad macroeconómica, se analizan los resultados y se presentan las conclusiones.

# **Parte I**

## **Marco teórico**

# Capítulo 1

## Planteamiento de la investigación

### 1.1. Planteamiento del problema

La desigualdad del ingreso es un problema de larga data en la ciencia económica, que ha generado vastas cantidades de investigaciones sobre las causas que la originan y las posibles consecuencias en las sociedades modernas. La desigualdad del ingreso cobra mayor relevancia en las economías en vías de desarrollo o emergentes en donde grandes segmentos de la población percibe ingresos bajos en comparación a los ingresos de la minoría, lo cual genera tensiones sociales y económicas que afectan directamente a toda la población. Al mismo tiempo la baja desigualdad en una economía, es un signo característico de las economías desarrolladas que han logrado proporcionar un bienestar generalizado a toda su población. De modo que es importante establecer qué factores originan la desigualdad económica en el Perú.

### 1.2. Explicación de la realidad y su problemática

La desigualdad de los ingresos en sí no es una característica negativa de una economía ya que refleja las diferencias de productividad entre personas (además no todos los individuos de la sociedad tienen los mismos ingresos, niveles de riqueza, educación o experiencia). Así como diferencias entre sectores productivos de una economía. Sin embargo, la desigualdad adquiere connotación negativa debido a las consecuencias que se derivan de ella, específicamente, en las sociedades con elevada desigualdad la mayoría de la población no puede tener acceso a un nivel básico de bienestar, que se traduce en educación, salud, alimentación, seguridad, entre otros.

### **1.2.1. Problema Principal**

¿Cuál es la relación de las variables de la actividad macroeconómica sobre la desigualdad del ingreso para el caso peruano 1997-2013?

### **1.2.2. Problema Específico**

- ¿Cómo se relaciona el PIB real a la desigualdad de los ingresos para el caso peruano 1997-2013?
- ¿Cómo se relaciona la tasa de interés a la desigualdad de los ingresos para el caso peruano 1997-2013?
- ¿Cómo se relaciona la inflación a la desigualdad de los ingresos para el caso peruano 1997-2013?

## **1.3. Objetivos e importancia de la investigación**

### **1.3.1. Objetivo general**

- Determinar la relación de la actividad económica sobre la desigualdad del ingreso para la economía peruana.

### **1.3.2. Objetivos específicos**

Los objetivos específicos de la tesis son los siguientes:

- Determinar la relación del PIB real sobre la desigualdad del ingreso en la economía peruana.
- Determinar la relación de la tasa de interés sobre la desigualdad del ingreso en la economía peruana.
- Determinar la relación de la inflación sobre la desigualdad del ingreso en la economía peruana.

### **1.3.3. Importancia de la investigación**

La presente investigación es importante porque ayuda a entender si la desigualdad de los ingresos, y por ende la desigualdad económica, puede reducirse solamente aplicando políticas económicas orientadas al crecimiento económico bajo condiciones económicas estables o es necesario otras medidas de carácter redistributivo o sectorial para reducir la desigualdad económica en los diversos sectores de la sociedad. En otras palabras, se pretende establecer qué tanto influye la actividad macroeconómica en la desigualdad económica.

En consecuencia, al determinar si existe o no evidencia de la influencia de la actividad económica en la desigualdad se puede dar recomendaciones de política económica sobre la manera en que se puede reducir la desigualdad una vez que se ha entendido su interconexión con la actividad económica.

## **1.4. Formulación de la hipótesis**

### **1.4.1. Hipótesis principal o general**

- La actividad macroeconómica tiene relación con la desigualdad de los ingresos para el caso peruano 1997-2013.

### **1.4.2. Hipótesis específicas**

- El PIB real tiene relación con la desigualdad de los ingresos para el caso peruano 1997-2013.
- La tasa de interés tiene relación con la desigualdad de los ingresos para el caso peruano 1997-2013.
- La inflación tiene relación con la desigualdad de los ingresos para el caso peruano 1997-2013.

## **1.5. Fundamentos teóricos de la investigación**

### **1.5.1. Revisión de la literatura**

En el capítulo 2 de la presente tesis se analiza a profundidad los antecedentes nacionales y extranjeros de la presente tesis.

### 1.5.2. Bases teóricas

En el capítulo 3 de la presente tesis se explica de manera detallada las bases teóricas de la presente tesis.

## 1.6. Variables

### 1.6.1. Identificación de variables

Para analizar la relación entre la actividad económica y la desigualdad de los ingresos en la economía peruana se tiene que determinar qué variables representan de manera adecuada tanto la actividad económica como la desigualdad de los ingresos. En tal situación se hace referencia en trabajos previos que analizan el tema, y se tiene que las variables que se usan para medir la actividad económica son: El PIB real, el desempleo y la tasa de interés real. Mientras que para medir la desigualdad de los ingresos se va a utilizar el coeficiente de Gini. En consecuencia se toma como variable dependiente al coeficiente de Gini y como variables independientes al Producto Interno Bruto (PIB) real, la tasa de interés real y la inflación. De modo que se tiene el siguiente cuadro:

Cuadro 1.6.1: Identificación de Variables

Unidad de Análisis	Variables
Actividad macroeconómica	PIB real, inflación, tasa de interés real
Desigualdad del ingreso	Coeficiente de Gini, Índice de Entropía Generalizada, Deciles de participación del Ingreso

### 1.6.2. Operacionalización de las variables, indicadores, índices, etc

En el capítulo 4 de las presente tesis se explica de manera detallada como se obtiene cada variable de esta investigación.

## **1.7. Descripción del método de investigación a utilizar**

La presente tesis es de carácter cuantitativo porque se colecta datos numéricos para responder a las preguntas de investigación ( Christensen, Johnson y Turner (2015) pag-46). Por otro lado, la presente investigación es de carácter aplicado (que en contraposición a una investigación pura) no pretende probar nuevas teorías ni desacreditar las actuales, sino aplicar el conocimiento económico teórico actual para explicar un problema dado. Cabe destacar que la tesis es un documento científico destinado a obtener un grado académico, tanto la tesis como la tesina son investigaciones que tienen un diseño de investigación, hipótesis, análisis y conclusiones. La diferencia entre ambas es la profundidad de la investigación que demuestra la habilidad de llevar a cabo una investigación por parte de la tesis, mientras que la tesina muestra el potencial para realizar aportes científicos, mayores detalles en Malmfors, Garnsworthy y Grossman (2003).

## **1.8. Contrastación de hipótesis**

### **1.8.1. Diseño de modelo de comprobación de hipótesis**

El diseño de investigación para la comprobación de la hipótesis es de carácter no experimental dado que no se puede manipular de manera deliberada a las variables de investigación (En contraste el diseño experimental que se realiza en un ambiente controlado y se basa en los principios de aleatorización, replicación y control, mayores detalles en Kothari (2004).), como es el caso de la inflación, desigualdad económica, PIB y tipos de interés que están sujetas a la observación pasiva. La naturaleza observacional de los datos económicos ha sido ampliamente tratada y desde hace décadas en la ciencia económica, así se tiene los trabajos de Wold (1954,1956) y Sims (2010) entre otros. Y el diseño es de naturaleza temporal porque se quiere analizar cómo se relacionan las variables bajo investigación en el tiempo, como es el caso de las principales variables que son series temporales y siguen una evolución temporal. En consecuencia el modelo a utilizar es un modelo de regresión lineal que toma las siguientes formas:

$$Gini_t = \beta_0 + \beta_1 Inflacion_t + \beta_2 PIB\ real_t + \beta_3 Tasa\ de\ interes_t + \varepsilon_t \quad (\text{Modelo 1})$$

$$Entropia_t = \beta_0 + \beta_1 Inflacion_t + \beta_2 PIB\ real_t + \beta_3 Tasa\ de\ interes_t + \varepsilon_t \quad (\text{Modelo 2})$$

$$Decil_{it} = \beta_0 + \beta_1 Inflacion_t + \beta_2 PIB\ real_t + \beta_3 Tasa\ de\ interes_t + \varepsilon_t \quad \forall i = 1 \dots 10 \quad (\text{Modelo 3})$$

El análisis de todos los modelos se realiza en el capítulo 5 del presente trabajo.

### **1.8.2. Descripción de las técnicas de investigación y de su aplicación en el contraste de hipótesis**

Para contrastar las hipótesis propuestas se va a ser uso de un modelo de regresión lineal múltiple en donde los estimadores de los parámetros se van hallar por el método de los Mínimos Cuadrados ordinarios (MCO), una vez hallados los estimadores se va a proceder a realizar pruebas de significancia individual y conjunta (Prueba t y prueba F, respectivamente) para ver la significancia estadística de cada uno de los estimadores y así determinar si se rechaza o no cada hipótesis. La parte teórica de modelo de regresión se presenta en la sección 3.6 de la presente tesis.

# Capítulo 2

## Antecedentes de la investigación

### 2.1. Investigaciones entre la desigualdad del ingreso y el Producto Interno Bruto

El PIB afecta la desigualdad de los ingresos mediante variaciones de la renta disponible, que se distribuye de manera heterogénea entre todos los individuos de la economía. La teoría económica analiza la relación entre la desigualdad y distribución de los ingresos y el PIB principalmente en el marco del crecimiento económico mediante modelos de participación de factores . En estos modelos generalmente cada factor de producción es propiedad de un agente económico distinto, el rendimiento de cada factor determina el flujo de ingresos y la tasa de ahorro de cada agente económico, en consecuencia se determina la distribución de la renta producida entre los distintos agentes económicos. Modelos que siguen esta línea de investigación se encuentran en Bertolla (2006).

### 2.2. Investigaciones sobre la desigualdad del ingreso y la inflación

Los efectos de la inflación sobre la distribución y la desigualdad de los ingresos se transmiten mediante diversos canales, entre ellos: efectos de costo de vida e impuesto inflacionario. La lógica del primer canal plantea que un aumento del nivel de precios aumenta el gasto necesario para mantener cierto nivel de bienestar, dada la heterogeneidad del costo de vida entre los individuos se generara distorsiones distributivas que generan una variación de la desigualdad. La teoría económica analiza los cambios en el costo de vida provocados por la inflación

mediante el uso de curvas de indiferencia, Mayores detalles sobre el análisis del costo de vida se encuentran en Pollak (1989). Estudios que relacionan el impacto del costo de vida en la desigualdad se pueden encontrar en Abdel-Ghany y Thoma (2002) y Moretti (2010). Por el lado del segundo canal, un aumento de los precios afecta de manera heterogénea al ingreso real de los individuos dados los distintos patrones de consumo de los mismos, que origina una variación en la desigualdad de los ingresos. El efecto del impuesto inflación sobre la desigualdad se analiza analíticamente mediante modelos de agentes heterogéneos (Véase Hobijn y Lagakos (2005)) y modelos Shopping-time como en Cysne, Maldonado y Monteiro (2005).

### **2.3. Investigaciones sobre la desigualdad del ingreso y la tasa de interés**

La tasa de interés afecta a la desigualdad y distribución del ingreso principalmente mediante dos canales: La acumulación de los activos financieros de los individuos y el costo del financiamiento de las empresas. En el primer canal, una variación de la tasa de interés afecta la cantidad de activos financieros que mantiene un individuo y la cantidad de renta futura que obtendrá. La teoría económica analiza la proporción del ingreso que destinan los individuos a la posesión de activos financieros mediante modelos de ciclo de vida (Véase Ando y Modigliani (1963) y Browning y Crossley (2001) para una explicación detallada del modelo.) y modelos de renta permanente, como se demuestra en Elmendorf (1996). Mientras que el aumento de la tasa de interés eleva el rendimiento requerido de la inversión, y reduce los beneficios esperados dado el mayor costo de financiamiento (el costo de financiamiento se determina mediante modelos de costo de capital promedio ponderado (WACC). En Armitage (2015) se define el costo de capital, las formas de medirlo y sus finalidades.), como se analiza en Murray y Tao (2015).

## **2.4. Investigaciones entre la desigualdad de los ingresos y la actividad macroeconómica**

### **2.4.1. Investigaciones en el extranjero**

El estudio de la relación entre la desigualdad del ingreso personal y actividad macroeconómica tiene su origen en el trabajo de Blinder y Esaki (1978), que tuvo como objetivo investigar y cuantificar los efectos de la inflación y el desempleo, que son manifestaciones de la actividad macroeconómica, sobre la distribución del ingreso personal en la economía norteamericana. En el trabajo se hace uso de modelos de regresión donde la variable dependiente que mide la desigualdad es la participación del ingreso por quintiles, con la inflación y desempleo como variables independientes además de incluir una tendencia determinística. Los resultados de la investigación muestran que el desempleo tiene un impacto negativo en la mayoría de los quintiles y la inflación un impacto positivo en casi todos los quintiles de la distribución del ingreso. En la misma línea, Buse (1982) estudia el impacto de las fluctuaciones de la actividad macroeconómica en la distribución del ingreso personal en la economía canadiense mediante modelos de regresión, En este trabajo las variables para medir la desigualdad de los ingresos son: coeficiente de Gini, quintiles de participación del ingreso y deciles de la participación del ingreso. Y como variables independientes el desempleo, la tasa de cambio de producto nacional bruto (PNB), la tasas de participación y una tendencia temporal. Los resultados de la investigación indican que la distribución personal del ingreso no es afectada por las variables de la actividad macroeconómica. Mientras que Nolan (1988-89) analiza los efectos de la actividad macroeconómica sobre la distribución personal del ingreso para el Reino Unido, para ello aplica un modelo de regresión de series temporales donde la variable dependiente es la participación del ingreso por quintiles y como variables independientes a la inflación, el desempleo y una tendencia determinística. Del modelo se desprende que tanto la inflación como el desempleo y el componente tendencial tienen un impacto mixto, siendo positiva para algunos quintiles y negativa para otros. Estos trabajos evidencian que la actividad macroeconómica afecta a la distribución del ingreso cuando esta es medida mediante quintiles. Adicionalmente, Mocan (1999) analiza la relación entre la desigualdad del ingreso (medida mediante quintiles del ingreso) y las fluctuaciones macroeconómicas (analizadas mediante el desempleo y la inflación) desde una perspectiva orientada a la modelación de series temporales, esto es, analiza individualmente

cada variable para derivar sus propiedades estadísticas de series temporales mediante tests de raíz unitaria. Una vez determinado que tipo de proceso estocástico sigue cada variable, se realiza un modelo de cointegración para los quintiles del ingreso y la inflación, y un modelo de regresión entre los quintiles del ingreso y los componentes tendenciales y cíclicos del desempleo. Los resultados de la investigación indican que la inflación tiene un impacto positivo en la desigualdad mientras que el desempleo tiene un efecto negativo. Por otro lado, en Hoover, Giedeman y Dibooglu (2009) usan el coeficiente de Gini como medida de la desigualdad del ingreso y como variables dependientes incluyen al desempleo y al producto interno bruto (PIB), así como variables de corte socio-económico: ratio de importaciones respecto al PIB, tasas de mujeres jefes del hogar, tasas de inmigrantes con respecto a la población total, entre otros. Se analiza las propiedades de series temporales de cada variable y formula un modelo de cointegración y de vector de corrección del error para determinar la existencia de relaciones dinámicas entre las variables. Los resultados de la investigación indican la existencia de una relación positiva entre el desempleo y la inmigración sobre la desigualdad. De manera similar, Rafsanaji, Zeinolabedini, Mir y Far (2014) analizan los efectos de la educación, el comercio internacional, el PIB y la inversión extranjera directa sobre la distribución de los ingresos (medido por el coeficiente de Gini) para la economía iraní. Y al igual que en trabajos anteriores se analiza las propiedades de series temporales de las variables y se aplica un modelo de regresión. De acuerdo a los resultados del estudio la inflación tiene un impacto positivo sobre el coeficiente de Gini mientras que el PIB y la educación tienen un efecto negativo sobre la desigualdad y la inversión extranjera directa no tiene efectos significativos sobre la desigualdad de los ingresos. Finalmente, Battisti, Fioroni y Lavezzi (2014) realizan un modelo de panel para analizar la relación entre la desigualdad de los ingresos y los tipos de interés mundiales y la tasa de crecimiento. Para tales efectos los autores dividen la muestra panel de países en países ricos y países pobres. Los resultados del modelo, en el caso de la relación entre la desigualdad de los ingresos y los tipos de interés globales, indican que los tipos de interés aumentan la desigualdad en los países ricos y la reduce en los países pobres.

#### **2.4.2. Investigaciones en el Perú**

En el Perú la investigación entre la desigualdad económica y de los ingresos ha sido ampliamente estudiada. En años recientes se tiene los trabajos de Contreras, Gruber y Mazzeo (2012) que analizan los orígenes históricos de la desigualdad en

el Perú. Mientras que Yamada, Castro y Bacigalupo (2012) analizan la evolución de la desigualdad monetaria entre 1997 y 2010, los años de alto crecimiento económico en el Perú. Por otro lado, entre los trabajos que relacionan la actividad macroeconómica con la desigualdad de los ingresos para el caso de la economía peruana se tiene a Cieza (2007) quien analiza la desigualdad del ingreso y el crecimiento económico aplicando el modelo de Kuznets. Así mismo, Pozo (2008) también analiza la relación entre la desigualdad de los ingresos y el crecimiento económico para el Perú entre 1970 y el 2007 mediante distintas formulaciones econométricas. La obtención de los índices de Gini, que es la variable dependiente, se realiza mediante simulaciones de una función kernel, mientras que las variables macroeconómicas usadas son variables de apertura comercial, apertura crediticia y globalización. Los resultados del modelo son mixtos para las medidas de apertura financiera y crediticia dada la no significancia de los test estadísticos.

A continuación se presenta una tabla (Una tabla similar que contiene otras investigaciones no mencionadas en este trabajo, debido a limitaciones de espacio, que relacionan la desigualdad de los ingresos y la actividad macroeconómica se puede encontrar en Parker (1998-99).) que contiene las variables dependientes e independientes usadas en cada estudio:

#### Cuadro 2.4.1: Investigaciones previas

<b>Autor(es)</b>	<b>Variable dependiente</b>	<b>Variable independientes</b>
Blinder y Esaki (1977)	Participación del ingreso por quintiles	Desempleo, inflación
Buse (1982)	Coeficiente de Gini / Participación del ingreso por quintiles/ Participación del ingreso por deciles	Desempleo, $\Delta$ PNB, tasa de participación
Nolan (1988-89)	Participación del ingreso por quintiles	Desempleo, inflación
Mocan (1999)	Participación del ingreso por quintiles	Desempleo, inflación
Hoover, Giedeman y Dibooglu (2009)	Coeficiente de Gini	Desempleo, importaciones, PIB, tasa de migración, etc
Rafsanaji, Zeinolabedini, Mir y Far (2014)	Coeficiente de Gini	PIB, inversión extranjera, inflación, educación, ratio de exportaciones netas
Battisti, Fioroni y Lavezzi (2014)	Coeficiente de Gini	PIB, tasas de interés globales, gasto publico, apertura comercial
Cieza (2007)	Coeficiente de Gini	Renta per cápita
Pozo (2008)	Coeficiente de Gini	Ratio de exportaciones + importaciones/PIB, ratio de activos + pasivos/PIB, ratio crédito/PIB

En conclusión, basados en las investigaciones presentadas hasta el momento, el autor considera factible la relación entre la desigualdad de los ingresos y la actividad macroeconómica representada mediante el Producto Interno Bruto (PIB), la inflación y la tasa de interés real, que se presenta en este estudio.

# Capítulo 3

## Bases teóricas

### 3.1. Distribución del ingreso

En la teoría económica existen dos enfoques para estudiar la distribución del ingreso: el enfoque funcional de la distribución del ingreso y el enfoque personal de la distribución del ingreso. El primero fue un tema central en la economía clásica y tiene una perspectiva agregada, mientras que el segundo fue ampliamente estudiado por los economistas neoclásicos. Para cada uno de estos enfoques la distribución del ingreso se determina de una manera distinta.

#### 3.1.1. Distribución funcional del ingreso

La distribución funcional de ingreso estudia cómo se distribuye el ingreso entre los distintos factores de producción, conocido también como la participación de cada factor de producción en el ingreso total. De manera tradicional las teorías que explican la distribución funcional del ingreso se clasifican de acuerdo a cuatro escuelas de pensamiento económico: teorías ricardianas, teorías neoclásicas, teorías marxianas y teorías keynesianas (Véase Kaldor (1955) para una explicación de estos enfoques) . De manera moderna las teorías que explican la distribución funcional del ingreso se formulan desde un enfoque de optimización dinámica en modelos microfundamentados de crecimiento de uno o varios sectores (Ver Bertola, Foellni y Zweimuller (2006) para una completa explicación de estos modelos).

La manera más elemental de determinar la distribución de los ingresos entre los factores de producción es mediante la maximización de la función de beneficios neoclásica en una economía competitiva sujeto a un determinado nivel de pro-

ducción de una función de producción de dos factores:

$$\pi = P.Q - wl - rk$$

Donde  $\pi$  es el beneficio,  $P$  es el precio del bien,  $k$  es la cantidad de capital,  $l$  es la cantidad de trabajo,  $Q$  es la cantidad de producto,  $w$  es el costo por unidad del factor trabajo y  $r$  es el costo por unidad del factor capital. Y maximizando la función de beneficios:

$$\max_{l,k} \pi(l,k) = \max_{l,k} [P.f(k,l) - wl - rk]$$

Aplicando las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial \pi}{\partial k} = P \frac{\partial f}{\partial k} - r = 0$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial l} = P \frac{\partial f}{\partial l} - w = 0$$

Reordenando términos:

$$P \frac{\partial f}{\partial k} = r \quad (3.1.1)$$

$$P \frac{\partial f}{\partial l} = w \quad (3.1.2)$$

Las ecuaciones (2.1.1) y (2.1.2) indican que la empresa maximizadora de beneficios va a contratar factores hasta el punto en que el ingreso del producto marginal del factor sea igual a su precio.

Suponiendo que la función de producción es homogénea de grado uno:

$$\lambda^1 Q = f(\lambda k, \lambda l)$$

Y aplicando el teorema de Euler se tiene que:

$$f(k,l) = k \cdot \frac{\partial f}{\partial k} + l \frac{\partial f}{\partial l}$$

Multiplicando por  $P$  en ambos lados:

$$\begin{aligned} \left[ f(k, l) = k \cdot \frac{\partial f}{\partial k} + l \frac{\partial f}{\partial l} \right] \times P \\ P \cdot f(k, l) = k \cdot \frac{\partial f}{\partial k} \cdot P + l \frac{\partial f}{\partial l} \cdot P \end{aligned} \quad (3.1.3)$$

Y reemplazando (2.1.1) y (2.1.2) en (2.1.3) se tiene:

$$P \cdot f(k, l) = kr + lw \quad (3.1.4)$$

La ecuación (2.1.4) muestra cómo se distribuye el ingreso entre cada factor de producción de acuerdo a su productividad marginal que es igual al precio del factor como se muestra en las ecuaciones (2.1.1) y (2.1.2). Puesto de otra manera, el producto se distribuye manera completa entre todos los factores de producción imputados por su precio.

### 3.1.2. Distribución personal del ingreso

La distribución personal del ingreso estudia la forma en que se distribuye el ingreso y las causas de las diferencias de los ingresos entre los individuos de una economía (Un tratamiento completo de la distribución personal de ingreso así como avances recientes se encuentra en Atkinson (2015)). La forma en que se distribuye el ingreso se determina mediante funciones de distribución estadísticas que se asignan a los datos ordenados de los ingresos, estas funciones se obtienen mediante procedimientos estadísticos paramétricos y no paramétricos, dentro de los procedimientos paramétricos se hace uso de diversas funciones de distribución (como la distribución de Pareto, lognormal, Dagum, etc) así como de procedimientos de bondad de ajuste bajo un determinado criterio, mientras que en los procedimientos no paramétricos se utilizan densidad de kernel e histogramas.

Dentro de la distribución personal del ingreso existen diversas teorías que explican las diferencias de los ingresos, estas teorías se pueden dividir en dos grandes grupos (Ver Sahota (1978) para mayores detalles): teorías basadas en el supuesto que las personas controlan su propio futuro y las sociedades pueden determinar el ingreso de sus miembros, y teorías que afirman que la forma en que se distribuye el ingreso es un fenómeno preordenado. Dentro del primer grupo se encuentran las teorías que proponen que los desarrollos macroeconómicos (mediante el crecimiento económico, desarrollo o cambios en la actividad macroeconómica)

pueden influir en la distribución del ingreso y la desigualdad, mientras que en el segundo grupo se encuentran teorías que proponen a las características innatas de los individuos como determinante del ingreso, en consecuencia las reducciones de la desigualdad serán de corta duración. Por otro lado el análisis de los factores que causan las diferencias de los ingresos en una economía se puede realizar desde una perspectiva económica conjunta o parcial (Un análisis se encuentra en Timbergen (1972)), la perspectiva conjunta toma en consideración la distribución del ingreso, estructura de gasto público e impuestos, funciones de producción, riqueza, grados de educación, entre otros, en contraste una perspectiva parcial analiza algunas de las variables.

### **3.1.2.1. Factores empíricos que afectan la distribución personal del ingreso**

Dentro de la literatura de la distribución del ingreso se ha determinado la existencia de ciertos factores no económicos que influyen en la distribución del ingreso, Véase Hartog (1981). Si bien la influencia de varios de los factores no tiene un sustento dentro de la teoría económica, se ha determinado empíricamente su relevancia. Estos factores son:

- Sexo
- Educación
- Entrenamiento
- Experiencia
- Capacidad intelectual
- Raza
- Edad
- Nivel de jerarquía
- Empleo y ocupación
- Industria

## 3.2. Desigualdad del ingreso

La desigualdad del ingreso se refiere a la ausencia de igualdad entre los ingresos de los individuos en una economía. En economía la rama de la desigualdad del ingreso establece criterios y herramientas que permiten determinar tanto variaciones en la desigualdad de los ingresos como establecer comparaciones válidas de la desigualdad entre distintas distribuciones del ingreso, una completa presentación de los diversos criterios, enfoques y medidas de desigualdad se encuentra en Silber (1999). La desigualdad del ingreso es un área intrínseca de la distribución del ingreso en el sentido que el análisis de la desigualdad del ingreso requiere de distribuciones del ingreso. Existen varios enfoques para determinar la desigualdad de los ingresos, entre ellos: el enfoque normativo, el enfoque axiomático, enfoque estadístico y enfoque subjetivo. Cada enfoque tiene una manera particular para determinar la desigualdad de los ingresos, ya sea mediante funciones de bienestar social, medidas de la desigualdad de los ingresos, valor de los parámetros de la distribución del ingreso; estos enfoques no son mutuamente excluyentes. De manera similar existen varias maneras de elaborar y clasificar las medidas de desigualdad, estas están relacionadas con los enfoque de la desigualdad de los ingresos (Un ejemplo es el índice de Atkinson que esta relacionado con el enfoque de bienestar social de la desigualdad de los ingresos).

Al existir un vínculo intrínseco entre la la desigualdad del ingreso y la distribución del ingreso, se tiene que los factores que influyen en la desigualdad del ingreso son los mismos que influyen en la distribución del ingreso dado que cambios en la distribución del ingreso va a generar cambios en la desigualdad medidos por los índices de desigualdad. De manera similar las teorías económicas que explican la distribución del ingreso son usadas para explicar cambios en la desigualdad del ingreso.

### 3.2.1. Desigualdad de los ingresos y bienestar en una sociedad

Un hecho importante de la desigualdad de los ingresos es que esta relacionada con el bienestar de una sociedad, esta relación se puede expresar mediante la siguiente función de bienestar social (Véase Deaton (1997) para mayores detalles):

$$W = \mu V \left( \frac{x_1}{\mu}, \frac{x_2}{\mu} \dots \frac{x_n}{\mu} \right) \quad (3.2.1)$$

Donde  $W$  es la función de bienestar social,  $V$  es una función cuasicóncava, simétrica y no decreciente,  $x_i$  es el ingreso del individuo  $i$ ,  $n$  es el tamaño de la

población,  $\mu$  es el ingreso promedio de todos los individuos en la sociedad. La ecuación (2.2.1) establece que el bienestar depende del ingreso promedio y que mayores niveles de ingreso de los individuos no empeora el bienestar y al mismo tiempo las transferencias de los individuos más ricos hacia los individuos más pobres aumenta el bienestar debido a la propiedad de cuasiconcavidad. La ecuación (2.2.1) permite separar el bienestar como el ingreso promedio de los individuos y la distribución del ingreso, de modo que los cambios en el bienestar se descomponen entre cambios en el ingreso promedio y cambios de la desigualdad del ingreso. De modo que la ecuación (2.2.1) se puede reexpresar como:

$$W = \mu(1 - I) \quad (3.2.2)$$

Al igual que antes  $W$  es la función de bienestar social,  $\mu$  es el ingreso promedio y  $I$  es una medida de desigualdad. La ecuación (2.2.2) indica que existen dos canales por los cuales el bienestar social se puede incrementar: mediante aumentos en el ingreso promedio y mediante reducción de la desigualdad.

### 3.2.2. Consecuencias económicas de la desigualdad del ingreso

Los efectos de los cambios de la desigualdad de los ingresos sobre la economía es un tema que ha recibido bastante interés en años recientes por parte de la teoría económica (Tradicionalmente el segundo teorema fundamental de la economía bienestar ha dado el sustento teórico necesario para separar la distribución de la eficiencia). Entre estas consecuencias se tienen el decaimiento de tasa de reducción de la pobreza, reducción del crecimiento económico, crisis económicas entre otros, mayores detalles en Dabla-Norris et al (2015). En la siguiente tabla se muestra algunas variables que afectan la desigualdad de los ingresos y los canales de transmisión:

Cuadro 3.2.1: Variables que afectan a la desigualdad del ingreso

Variable	Canal de transmisión
Crecimiento económico	Ahorro, información incompleta, política fiscal
Desempleo	Tasa natural de desempleo, dinámica del desempleo
Inflación	costo de vida, impuesto inflación
Tasa de interés	Costo financiamiento, cantidad de activos financieros

### 3.3. Producto Bruto Interno (PIB)

Es la variable económica más importante y es el principal indicador para medir la actividad macroeconómica de un país. Se define como el valor de mercado de todos los bienes y servicios finales producidos durante un determinado periodo de tiempo por los factores de producción localizados dentro de un país (Véase Case y Fair (1997) p-143). De la definición se entiende que el PIB excluye a los bienes y servicios intermedios porque son usados para producir otros bienes, de igual manera el PIB incluye a todos los bienes y servicios producidos por factores dentro de un país, estos factores pueden ser del mismo país o extranjeros. En la teoría de la contabilidad nacional existen tres enfoques para calcular el Producto Interno Bruto: enfoque del ingreso, enfoque del gasto y el enfoque del producto (Una detallada explicación de cada método se encuentra en Lequiller (2014)), adicionalmente en la teoría económica el concepto de PIB puede tomar diversas formas, estas se detallan en el siguiente cuadro:

Cuadro 3.3.1: Formas de medir el PIB

<b>Clasificación</b>	<b>Criterios de clasificación</b>
PIB real y nominal	Ajuste por inflación
PIB anual y semestral	Periodicidad de la medición
PIB nacional y por sectores productivos	Nivel de agregación del producto
PIB percapita	Producción promedio por habitante
PIB poder de compra	Ajuste por tipo de cambio

#### 3.3.1. teorías sobre el PIB

Al ser el PIB la principal variable para medir la actividad macroeconómica, las teorías que explican las fluctuaciones de la actividad macroeconómica, es decir los ciclos económicos, explican el comportamiento del PIB en la economía. Dentro de la teoría económica existen diversas teorías de los ciclos económicos que determinan el PIB, estas teorías se encuentran enmarcadas dentro de los postulados de diversas escuelas de pensamiento económico, una introducción a las teorías macroeconómicas de los ciclos económicos de estas escuelas se encuentra en Knoop (2015). Siendo las principales:

### 3.3.1.1. Modelos de ciclos económicos reales

Los modelos de ciclos económicos reales (RBC), una completa introducción a los modelos RBC y desarrollos actuales se pueden encontrar en Hartley (1998), fueron desarrollados en la década de los 80 del siglo XX como respuesta del fallo de la teoría económica para explicar los fenómenos económicos de aquel tiempo y representan la última evolución de los principios económicos de la escuela clásica. Los modelos RBC se desarrollan bajo 3 premisas: son microfundamentados (Esto es, las relaciones macroeconómicas se derivan de principios microeconómicos), utilizan un enfoque de optimización dinámica y se desarrollan en mercados competitivos. En este tipo de modelos la demanda agregada y los mercados financieros no influyen en los ciclos económicos, no existe desempleo involuntario y se mantiene la neutralidad del dinero. La hipótesis principal de los modelos RBC afirma que los cambios en la productividad agregada generan los ciclos económicos, implicando que es la oferta agregada y no la demanda agregada la fuerza principal que determinan los ciclos económicos. Un desarrollo elemental del modelo RBC se presenta a continuación (Basado principalmente en Dadkhah (2009)). Sea  $Y_t$  la función de producción de la economía que toma la siguiente forma:

$$Y_t = K_t^\alpha (A_t L_t)^{(1-\alpha)}$$

Donde  $Y_t$ ,  $K_t$ ,  $A_t$ ,  $L_t$  denotan al producto, capital, cambio tecnológico y trabajo, respectivamente. Se asume que el capital  $K_t$  es igual al ahorro en el período anterior:

$$K_t = Y_{t-1} - C_{t-1} = sY_{t-1}$$

Donde  $C$  es el consumo y  $s$  es la propensión marginal a ahorrar. Se asume que la población  $N_t$  crece a una tasa  $\eta$  y que la tasa de participación laboral  $\bar{l}$  es constante. Se tiene:

$$N_t = N_0 e^{\eta t}$$

$$L_t = \bar{l} N_t = \bar{l} N_0 e^{\eta t}$$

Y por lo tanto:  $\ln L_t = \ln \bar{l} + \ln N_0 + \eta t$

Mientras que el cambio tecnológico  $A_t$  se determina de la siguiente manera:

$$A_t = A_0 \exp(\gamma t + u_t)$$

Donde  $\gamma t$  es la parte determinística y  $u_t$  es la parte estocástica del cambio tecno-

lógico. Y tomando logaritmos:  $\ln A_t = \ln A_0 + \gamma t + u_t$ .

Reemplazando las expresiones anteriores en la ecuación del producto nacional y tomando logaritmos, se tiene:

$$\ln Y_t = \alpha \ln Y_{t-1} + [\alpha \ln s + (1 - \alpha) (\ln A_0 + \ln N_0 + \ln \bar{l})] + (1 - \alpha)(\eta + \gamma)t + (1 - \alpha)u_t$$

Donde  $\ln Y_t$  es una ecuación en diferencias de primer grado. Reescribiendo  $B = \alpha \ln s + (1 - \alpha) (\ln A_0 + \ln N_0 + \ln \bar{l})$ , la solución de la ecuación es:

$$\ln Y_t = \left( \ln Y_0 - \frac{B}{1 - \alpha} + \frac{\alpha(\eta + \gamma)}{1 - \alpha} \right) \alpha^t + \frac{B}{1 - \alpha} - \frac{\alpha(\eta + \gamma)}{1 - \alpha} + (\eta + \gamma)t + (1 - \alpha) \sum_{i=0}^{t-1} \alpha^i u_{t-1}$$

De la expresión se observa que el producto consiste de una parte determinística y de la acumulación de shocks tecnológicos en el sistema.

### 3.3.1.2. Modelos Nuevo keynesianos

Los modelos nuevo keynesianos (Un desarrollo completo de estos modelos se encuentra en Mankiw y Romer (1991)) es el nombre asignado a un grupo de modelos que comparten la base común de que la competencia imperfecta origina fallas mercado y desequilibrio persistente, y estos generan los ciclos económicos. Adoptan de los modelos keynesianos los fallos de mercados y la inflexibilidad de precios, mientras que agregan de otras escuelas económicas las expectativas racionales, la microfundamentación y conducta optimizadora de los agentes económicos, un mayor rol de la política monetaria y la existencia de la tasa natural de desempleo y producto. Dentro de los modelos nuevo keynesianos las imperfecciones de mercado pueden provenir de inflexibilidad de los precios, inflexibilidad de los salarios y riesgo en los sistemas financieros.

## 3.4. Inflación

En economía La inflación generalmente se define (Para otras definiciones de la inflación véase Frisch (1983)) como el proceso del continuo aumento del nivel de precios, o equivalentemente, el continuo decaimiento del valor del dinero. De lo anterior se entiende que no ocurre inflación cuando hay un único aumento del nivel de precios, o cuando el incremento del nivel de precios se revierte. Así mismo, la inflación no se refiere al aumento del nivel de precios de un único bien, sino al aumento general del precio de todos los bienes dentro de una economía.

En consecuencia la inflación es un fenómeno general, dinámico y complejo dentro de una economía. Existen diversas maneras de clasificar la inflación dentro de la literatura económica, la siguiente tabla (La tabla es extraída de Frisch (1983) p-11) contiene las principales:

Cuadro 3.4.1: Tipos de Inflación

<b>TIPOS DE INFLACIÓN</b>	
<b>Clasificación</b>	<b>Criterios de clasificación</b>
Inflación abierta o reprimida	De acuerdo al mecanismo de fijación de precios
Inflación reptante, moderada, galopante e hiperinflación	Tasa a la cual el nivel de precios se incrementa
Inflación anticipada o no anticipada	Expectativas sobre la inflación
Inflación por empuje de costes o tirón de demanda	Causas de la inflación
Inflación permanente o transitoria	Temporalidad de la inflación

### 3.4.1. Efectos de la inflación

La inflación tiene un efecto general en toda la actividad económica, esto es, abarca prácticamente a todos los actores económicos de un país (individuos, empresas, gobierno y sector externo). La inflación va afectar de manera distinta a cada actor económico según el tipo de inflación. Dentro de la literatura económica, los efectos más comunes de la inflación son:

- Reduce el ingreso real de los agentes económicos.
- Reduce el poder de compra del dinero.
- Reduce el ahorro y la inversión.
- Aumenta el tipo de cambio
- Redistribuye el ingreso y la riqueza entre los individuos.
- Encarece el costo del crédito.

- Incrementa los costos de producción de las empresas.
- Genera inestabilidad e incertidumbre en los mercados financieros.

### 3.4.2. Teorías de la inflación

La teoría económica ha formulado diversas explicaciones al fenómeno de la inflación, que se enmarcan en los postulados de diversas escuelas de pensamiento económico, y que abarcan desde simples modelos estáticos a modelos dinámicos multisectoriales. Siendo los principales:

#### 3.4.2.1. Teoría Cuantitativa del dinero

La teoría cuantitativa del dinero se utiliza para explicar la inflación dentro de los postulados de las escuelas de pensamiento clásico y neoclásico (También existen versiones monetaristas y keynesianas de la misma, ver Serletis (2007)). En la versión más simple de la teoría cuantitativa del dinero el punto de partida es la ecuación de transacción, que se define como:

$$P.T = M^s.V \quad (3.4.1)$$

Donde:  $P$  es el nivel de precios,  $T$  el volumen real de transacciones,  $M^s$  es la oferta de dinero y  $V$  es la velocidad de transacción del dinero. La ecuación (2.1.1) es una identidad en si misma y no se puede extraer ninguna conclusión adicional (Alternativamente existe la versión en términos de ingreso de la teoría cuantitativa:  $P.Y = V.M^s$ , siendo  $Y$  el Producto real y  $V$  la velocidad del ingreso del dinero). Sin embargo, bajo los supuestos de que la velocidad del dinero permanece constante en el corto plazo ( $V = \bar{V}$ ) y el volumen real de transacciones, determinado por el sector real de la economía, es fijo en un nivel predeterminado ( $T = \bar{T}$ ), se puede derivar la siguiente relación funcional:

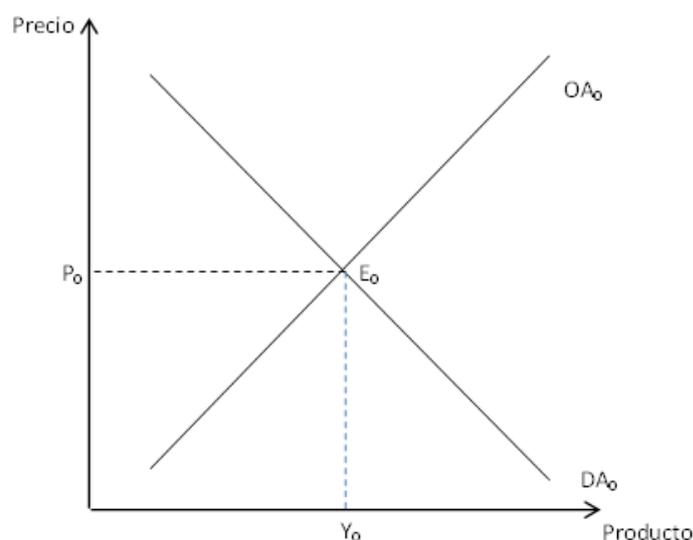
$$P = \left( \frac{\bar{V}}{\bar{T}} \right) M^s \quad (3.4.2)$$

La ecuación (2.4.2) establece que el nivel general de precios  $P$  es proporcional a la oferta de dinero  $M^s$ , donde la constante de proporcionalidad es el ratio  $(\bar{V}/\bar{T})$ . O puesto de otra forma: El nivel de precios aumenta conforme aumenta la oferta de dinero.

### 3.4.2.2. Inflación por empuje de costos o tirón de demanda

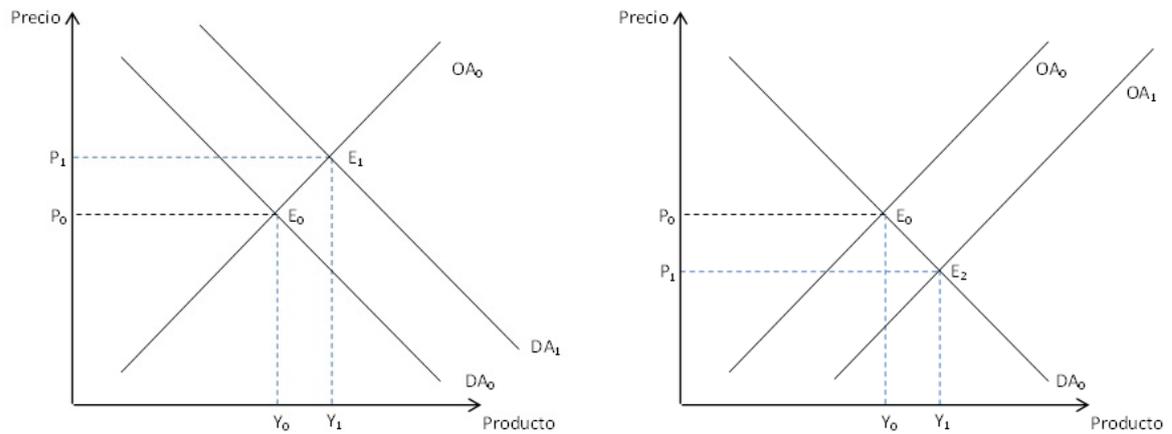
Con este enfoque se busca discernir si la inflación es causada por cambios de la oferta o demanda agregada y se analiza comúnmente mediante el modelo macroeconómico de oferta y demanda agregada (OA-DA). Una excelente introducción al modelo de oferta y demanda agregada se encuentra en Blanchard y Jhonson (2013). Dado que cada punto de la curva demanda agregada representa un equilibrio posible tanto en el mercado de bienes como de dinero y la curva de oferta agregada indica la cantidad de bienes ofertados a cada nivel de precios, cambios en el mercado de bienes, dinero o trabajo van a originar correspondientes desplazamientos de las curvas de oferta y demanda agregada que va a originar nuevos niveles de producción y precios en la economía. Lo anterior se puede expresar gráficamente de la siguiente manera:

Figura 3.4.1: Equilibrio en el Modelo de Oferta y Demanda Agregada (OA-DA)



La figura 2.4.1 representa de manera gráfica el modelo de OA-DA, en este modelo la economía se encuentra en equilibrio en el punto  $E_0$  (Se tiene que aclarar que  $E_0$  es un equilibrio a corto plazo, en el largo plazo la economía se mantiene en la tasa natural de producción), donde se interceptan las curvas de demanda y oferta agregada, en este punto la economía alcanza un nivel de producción de  $Y_0$  al nivel de precios  $P_0$ . Un desplazamiento de la curva de demanda agregada y/o oferta agregada va a desplazar la economía a un nuevo punto de equilibrio con nuevos niveles de producción y precios como se muestra en el siguiente gráfico:

Figura 3.4.2: Inflación en el modelo OA-DA



En ambos gráficos incrementos de la oferta y demanda agregada aumentan el nivel producto de la economía, sin embargo tienen efectos diferentes sobre los precios, por el lado de la demanda se incrementan los precios y se genera inflación, mientras que por el lado de la oferta los precios decrecen y se genera deflación. De manera análoga, si la oferta y demanda agregada se contraen (generando desplazamientos a la izquierda de las curvas respectivas) van a generar un menor producto de equilibrio y procesos deflacionarios por el lado de la demanda e inflacionarios por el lado de la oferta. En este aspecto, las principales variables económicas que originan desplazamientos de las curvas de oferta y demanda agregada y su efecto en la inflación se resumen en la siguiente cuadro:

Cuadro 3.4.2: Efecto de las variables económicas sobre la inflación en el modelo OA-DA

Variable económica	Aumento / disminución	Desplazamiento OA/DA	Inflación ( $\pi$ )
Gasto gubernamental ( $G$ )	$\uparrow G$ $\downarrow G$	$\overrightarrow{DA}$ $\overleftarrow{DA}$	$\uparrow \pi$ $\downarrow \pi$
Consumo ( $C$ )	$\uparrow C$ $\downarrow C$	$\overrightarrow{DA}$ $\overleftarrow{DA}$	$\uparrow \pi$ $\downarrow \pi$
Oferta monetaria ( $M$ )	$\uparrow M$ $\downarrow M$	$\overrightarrow{DA}$ $\overleftarrow{DA}$	$\uparrow \pi$ $\downarrow \pi$
Cambio tecnológico ( $A$ )	$\uparrow A$	$\overrightarrow{OA}$	$\downarrow \pi$
Fuerza laboral ( $N$ )	$\uparrow N$ $\downarrow N$	$\overrightarrow{OA}$ $\overleftarrow{OA}$	$\downarrow \pi$ $\uparrow \pi$
Exportaciones netas ( $XN$ )	$\uparrow XN$ $\downarrow XN$	$\overrightarrow{DA}$ $\overleftarrow{DA}$	$\uparrow \pi$ $\downarrow \pi$

### 3.4.2.3. Curva de Phillips

La curva de Phillips relaciona de manera inversa el desempleo con la inflación (Propuesta originalmente por Phillips (1958) como una relación empírica, posteriormente Lipsey (1960) desarrolló el fundamento teórico). Siguiendo a Blanchard y Jhonson (2013) la derivación de la curva de Phillips parte de la ecuación de oferta agregada:

$$P_t = P_t^e(1 + \mu)F(u_t, z)$$

y mediante desarrollos (Ver el apéndice del capítulo 8 de Blanchard) se llega a:

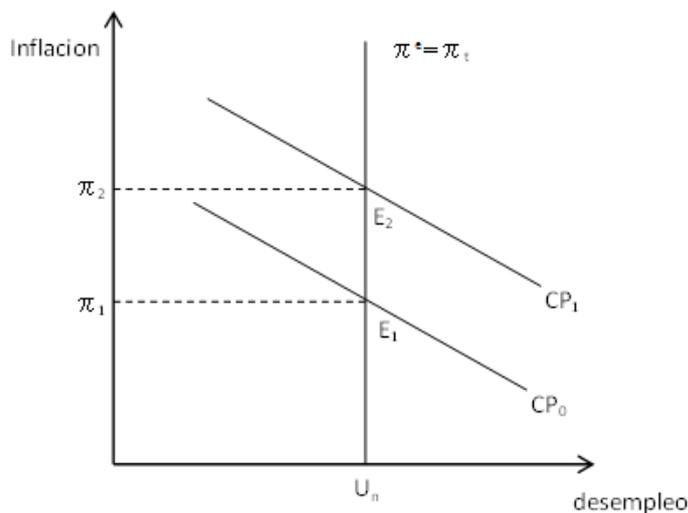
$$\pi_t = \pi_t^e - \alpha(u_t - u_n) \quad (3.4.3)$$

La ecuación (2.4.3) es la curva de Phillips con expectativas (Alternativamente, si se fija la inflación esperada  $\pi_t^e = 0$  se llega a la curva de Phillips original), indica que la inflación  $\pi$  para el periodo  $t$  depende de la inflación esperada  $\pi_t^e$  e inversamente de la diferencia entre la tasa de desempleo  $u_t$  en el periodo  $t$  y la tasa de natural de desempleo  $u_n$ . La lógica de esta relación es la siguiente: desviaciones del desempleo de su nivel natural incrementan el salario monetario, el incremento de los costos salarios incrementa el precio de los bienes producidos por las empresas, en respuesta a un mayor nivel de precios los trabajadores van a pedir mayores salarios cuando los salarios se fijan de nuevo, estos mayores

salarios van a incrementar nuevamente el nivel de precios lo cual incrementara los costos de producción y así sucesivamente, de modo que existe una relación estable entre la inflación y el desempleo.

De manera gráfica la curva de Phillips toma la siguiente forma:

Figura 3.4.3: Curva de Phillips



### 3.5. Tasa de interés

La tasa de interés es concepto fundamental dentro de la teoría económica y se define como el rendimiento porcentual de un valor financiero, otras definiciones del concepto de tasa de interés se pueden encontrar en Bondone (2011), esta relacionado con una multitud de variables económicas (Un recuento de estas relaciones se puede encontrar en Taylor (1999)) tales como: consumo, inversión, crecimiento económico, inflación, movilidad de capitales, riesgo, etc. Dentro de la ciencia económica existen múltiples teorías que explican las tasas de interés y mas importante aun: existen múltiples tasas de interés. La existencia de múltiples tasa de interés obedece a la existencia de diversos instrumentos financieros dentro de los mercados financieros. En el siguiente cuadro se menciona los tipos de interés comúnmente encontrados en economía:

Cuadro 3.5.1: Tipos de tasas de interés

<b>Clasificación</b>	<b>Criterios de clasificación</b>
Interés simple y compuesto	De acuerdo al mecanismo de capitalización
Interés real y nominal	Expectativas sobre la inflación
Interés a corto y largo plazo	Temporalidad de la tasa de interés
Interés activo y pasivo	Naturaleza de los fondos del sistema financiero
Interés fijo y variable	Temporalidad de la tasa de interés
Interés mensual, trimestral, anual	Periodicidad de la composición

### 3.5.1. Teorías de la tasas de interés

Al igual que otras variables fundamentales, existen diversas teorías económicas que explican como se determinan los tipos de interés dentro de la economía, estas teorías se encuentran enmarcadas dentro de los postulados de diversas escuelas económicas. Siendo las principales:

#### 3.5.1.1. Teoría de los fondos prestables

La teoría de los fondos prestables identifica las causas de la variación de las tasas de interés mediante el análisis de la oferta y demanda de crédito. De acuerdo a esta teoría la tasa de interés se determina como el equilibrio entre la demanda de fondos prestables y la oferta de fondos prestables, esto es, la demanda de inversión y la oferta de ahorros.

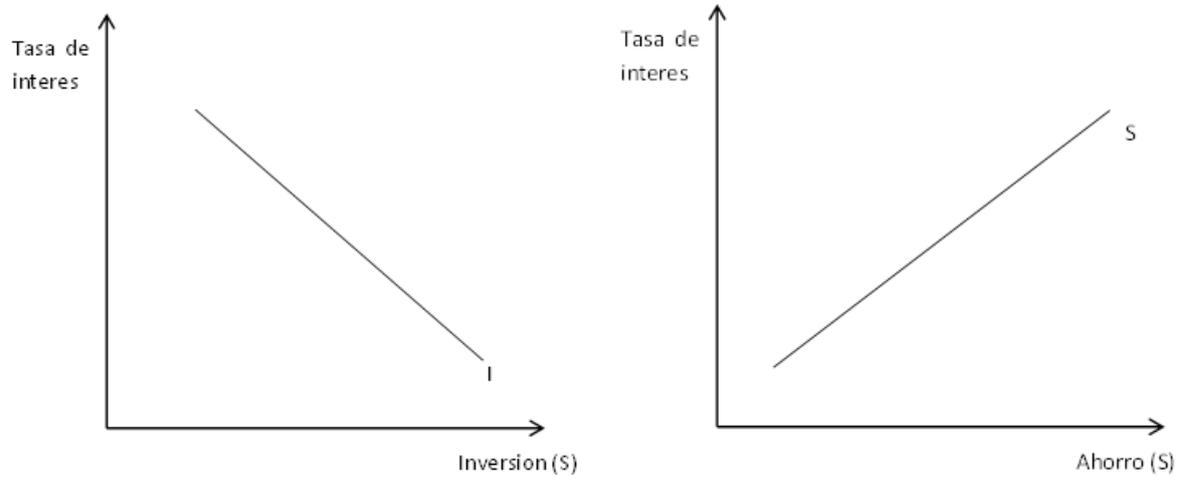
En esta teoría el ahorro es una función positiva de la tasa de interés debido al costo de oportunidad entre el consumo presente y futuro para los individuos, dado que el consumo futuro implica ahorrar en el presente, la tasa de interés representa este costo de oportunidad. Mientras que la inversión es una función negativa de la tasa de interés como consecuencia del costo de financiamiento. Tanto el ahorro como la inversión se expresan de la siguiente manera:

$$S = f(i^+)$$

$$I = f(i^-)$$

Y gráficamente:

Figura 3.5.1: Funciones de ahorro e inversión

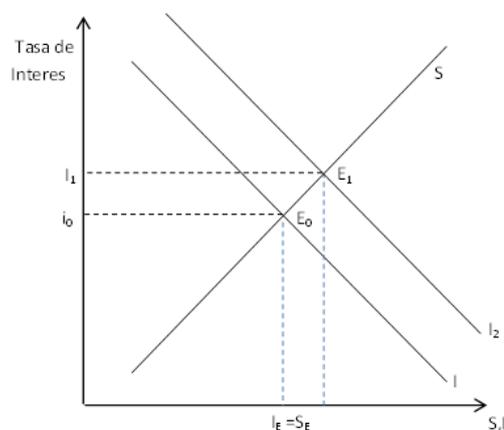


El equilibrio se logra cuando el ahorro iguala a la inversión:

$$S_E = I_E$$

De forma gráfica:

Figura 3.5.2: Equilibrio en el modelo Ahorro-Inversión



En la figura 2.5.2 en el punto  $E_0$  se equilibra el ahorro e inversión en el nivel  $I_e$  que origina una tasa de interés  $i_0$ , desplazamientos de la curva de inversión o de ahorro originan un nuevo equilibrio en el mercado de fondos prestables y determinando una nueva tasa de interés como en el punto  $E_1$  en donde el mercado esta en nuevo equilibrio y determina la tasa de interés  $i_1$ .

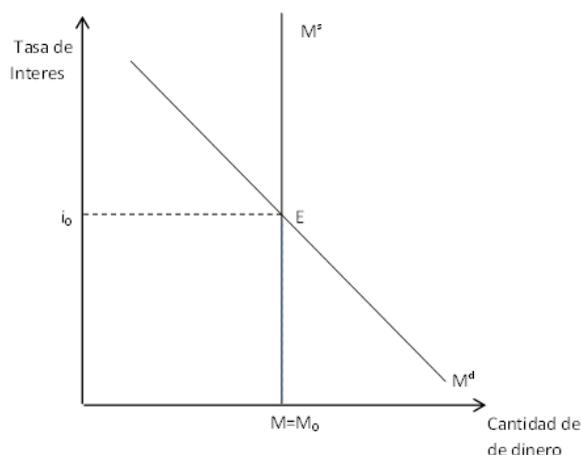
### 3.5.1.2. Teoría de la preferencia por la liquidez

En esta teoría, introducida por Jhon M. Keynes como una explicación de la demanda de dinero por parte de los individuos, la tasa de interés se determina en el mercado de dinero con la intersección de la demanda de dinero con la oferta de dinero en la economía. La demanda de dinero es la suma total de la cantidad de activos monetarios que las personas mantienen en un determinado momento (De manera teórica existen varios motivos para mantener dinero en efectivo, véase Serletis (2007)) y depende negativamente de las tasas de interés dado que mayores tasas de interés aumentan el costo de oportunidad de mantener dinero con respecto a otros activos financieros (bonos, ahorros, etc). Mientras que al oferta es la cantidad de dinero que circula en la economía y determinado de manera exógena por la autoridad monetaria. La demanda y la oferta de dinero se expresan como:

$$\begin{aligned} M^d &= Y \times L(i) \\ M^s &= \bar{M} \end{aligned}$$

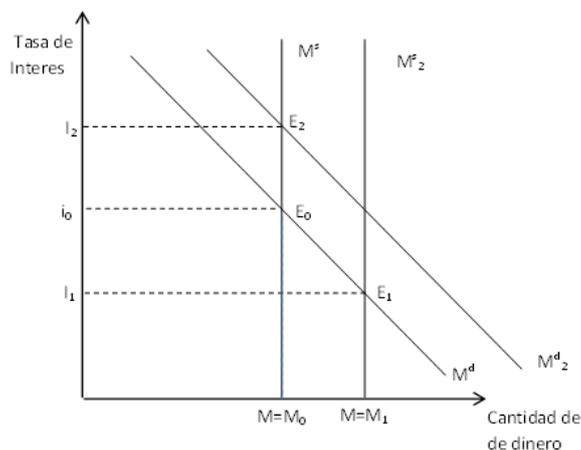
Y el mercado de dinero se presenta en el siguiente gráfico:

Figura 3.5.3: Mercado de dinero



Como se aprecia en la figura 2.5.3 el mercado de dinero se equilibra en el punto  $E$  donde se interceptan las curvas de oferta y demanda de dinero, en este punto la tasa de interés de equilibrio es  $i_0$  con la cantidad de dinero  $M_0$ . Desplazamientos de la curva de demanda dinero o de oferta de dinero generan nuevas tasas de interés de equilibrio como se observa en el siguiente gráfico:

Figura 3.5.4: Efectos del desplazamiento de la demanda y oferta dinero en la tasa de interés



En la figura 2.5.4 se observa que un desplazamiento de la oferta de dinero de  $M_0$  a  $M_1$  genera un nuevo equilibrio del mercado de dinero en el punto  $E_1$  con una tasa de interés de  $i_1$ , mientras que un desplazamiento de la demanda de dinero, por un aumento del ingreso, hacia  $M^d_2$  genera un nuevo equilibrio en  $E_2$  con una tasa de interés de  $i_2$ . Se evidencia que las interacciones entre la oferta y demanda de dinero generan variaciones en la tasa de interés de la economía.

## 3.6. Regresión en series temporales

### 3.6.1. Modelo de regresión lineal

Una **regresión** es un método estadístico cuyo propósito es determinar si existen relaciones entre la variable dependiente y variables independientes, y al mismo tiempo cuantificar el impacto de las variables explicativas sobre la variable explicada, para una introducción a los modelos de regresión ver Greene (2006) y Grob (2003), entre otros. Tal relación toma la forma de una función lineal con un término de error aditivo. Una regresión es **lineal** en los parámetros (y de ahora en adelante: regresión lineal) cuando los parámetros tienen formas funcionales lineales (Véase Seber y Wild (2003) para una introducción a los modelos de regresión no lineales) y es **múltiple** cuando existe más de una variable explicativa y una sola variable explicada. En consecuencia una regresión lineal múltiple se expresa como:

$$\begin{aligned} Y_1 &= \beta_1 X_{11} + \beta_2 X_{12} + \cdots + \beta_k X_{1k} + \varepsilon_1 \\ Y_2 &= \beta_1 X_{21} + \beta_2 X_{22} + \cdots + \beta_k X_{2k} + \varepsilon_2 \\ &\vdots = \quad \vdots + \quad \vdots + \cdots + \quad \ddots + \quad \vdots \\ Y_n &= \beta_1 X_{n1} + \beta_2 X_{n2} + \cdots + \beta_k X_{nk} + \varepsilon_n \end{aligned}$$

O en forma vectorial como:

$$y_i = \mathbf{x}_i' \mathbf{f} + \varepsilon_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Y en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1k} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad (3.6.1)$$

Y reescribirse como:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}' \mathbf{f} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.6.2)$$

Donde  $\mathbf{y}$  es un vector de observaciones de orden  $n \times 1$ ,  $\mathbf{X}$  es una matriz orden

$n \times k$  conocida como **matriz de observaciones**,  $\beta$  es un vector fila de orden  $k \times 1$  que contiene  $k$  parámetros poblacionales desconocidos y  $u$  es un vector fila de orden  $n \times 1$  que contiene  $n$  perturbaciones.

Dado que los modelos de regresión buscan determinar y cuantificar la relación entre las variables, que vienen dados por vector de parámetros  $\beta$ , en base a una muestra de las observaciones, se tiene que hacer uso de procedimientos inferenciales para hallar los estimadores del vector de parámetros  $\beta$ . La estadística y econometría han desarrollado diversos procedimientos para hallar los estimadores en modelos de regresión, los principales son: El Método de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO), Método General de los Momentos (MGM), Método de Máxima Verosimilitud (MMV), Método Bayesiano de Regresión (MBR).

### 3.6.2. El método MCO en modelo el modelo de regresión lineal

El método de los Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) es un método de optimización matemático, basado en el principio de mínimos cuadrados, que se usa para hallar la mejor aproximación a la solución de un sistema de ecuaciones. En el caso de una regresión lineal el método MCO minimiza la suma de los cuadrados de los residuos, que se definen como:

$$e_i = y_i - \hat{y}_i = y_i - \mathbf{x}'_i \tilde{\mathbf{f}}_i$$

El término  $e_i$  es el **residuo** de la observación  $i$ , que se expresa como la diferencia entre el valor actual de  $y_i$  y el valor de  $Y_i$  predicho que se obtiene al reemplazar  $\tilde{\beta}$  por  $\beta$ , en  $\mathbf{x}'_i \mathbf{f}_i$ . De modo que la expresión:

$$\sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \mathbf{x}'_i \tilde{\mathbf{f}}_i)^2 = \mathbf{e}'\mathbf{e} = (\mathbf{y} - \mathbf{X}'\tilde{\mathbf{f}})'(\mathbf{y} - \mathbf{X}'\tilde{\mathbf{f}})$$

Es la **suma de los cuadrados de los residuos** (SCR), de la expresión anterior se desprende que la SCR es una función de  $\tilde{\beta}$  porque los residuos de cada observación dependen de  $\tilde{\beta}$ . Entonces el estimador MCO  $\mathbf{b}$  de  $\mathbf{f}_i$ , es el que minimiza la siguiente función:

$$\mathbf{b} \equiv \arg \min_{\tilde{\beta}} SSR(\tilde{\mathbf{f}}) = (\mathbf{y} - \mathbf{X}'\tilde{\mathbf{f}})'(\mathbf{y} - \mathbf{X}'\tilde{\mathbf{f}})$$

Y mediante manipulaciones algebraicas se obtiene que (Una completa explicación de la derivación de los resultados presentados en esta sección se puede obtener en Greene (2012) p-26) :

$$\mathbf{b} = [\mathbf{X}'\mathbf{X}]^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} \quad (3.6.3)$$

Y alternativamente:

$$\mathbf{b} = \left[ \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i' \right]^{-1} \left[ \sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i \varepsilon_i \right] \quad (3.6.4)$$

En este punto tiene que quedar claro que el método MCO halla el estimador  $\mathbf{b}$  del vector de parámetros  $\beta$  en la regresión (2.4.2), sin embargo no determina ninguna de las propiedades estadísticas que pueda tener  $\mathbf{b}$ . Los estimadores MCO, al igual que cualquier estimador de un parámetro poblacional, deben cumplir ciertas propiedades estadísticas para ser preferidos sobre otros estimadores. Estas propiedades, conocidas como propiedades deseables de un estimador, son: insesgadez, eficiencia, consistencia y normalidad asintótica.

### 3.6.2.1. Propiedades estadísticas de los estimadores MCO en regresiones lineales

Las propiedades de los estimadores MCO se pueden dividir en dos grupos: propiedades en muestra pequeña, que son: insesgadez y eficiencia; y las propiedades en muestra grande: consistencia y normalidad asintótica. Dependiendo de los supuestos que se hagan en el modelo de regresión, los estimadores MCO,  $\mathbf{b}$  de  $\mathbf{f}_i$ , pueden tener todas las propiedades deseables como no pueden tener ninguna, o alguna de ellas. En el caso de regresiones con datos de corte transversal se tiene la siguiente proposición:

**Proposición 1.** *Propiedades de los estimadores MCO con regresores fijos. Sea  $\mathbf{b} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y}$  el estimador MCO de  $\mathbf{f}_i$ , entonces bajo los siguientes supuestos: (i)  $E[\mathbf{Y}] = \mathbf{X}\mathbf{f}_i$ , (ii)  $\mathbf{X}_{n \times k}$  una matriz de regresores fijos con rango  $k$ , (iii)  $u \sim i.i.d$  con  $E[u] = 0$  y  $Cov[u] = \sigma^2\mathbf{I}$ , (iv)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{X}) = \mathbf{Q}$ , se comprueba (para la demostración de este teorema bajo estos supuestos y otros similares ver Mittelhammer (2013), cap. 8) que:*

- |   |                       |
|---|-----------------------|
| (i) $E[\mathbf{b}] = \mathbf{f}_i$  | insesgadez            |
| (ii) $Var[\mathbf{b}] \leq Var[\mathbf{b}']$  | eficiencia            |
| (iii) $plim \mathbf{b} = \mathbf{f}_i$  | consistencia          |
| (iii) $\sqrt{n}(\mathbf{b} - \mathbf{f}_i) \xrightarrow{d} N(0, \sigma^2\mathbf{Q}^{-1})$ | normalidad asintótica |

Mientras que en regresiones con series temporales las propiedades estadísticas del estimador  $\mathbf{b}$  de  $\mathbf{f}_i$  se detallan en la siguiente proposición:

**Proposición 2.** *Propiedades de los estimadores MCO con regresores predeterminados. Sea  $\mathbf{b} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y}$  el estimador MCO de  $\mathbf{f}_i$ , entonces bajo los siguientes supuestos: (i)  $\{y_i, \mathbf{x}_i\}$  es un proceso estocástico conjuntamente estacionario y ergódico, (ii)  $\mathbf{x}_i$  es un vector de regresores predeterminados, esto es:  $E[\mathbf{x}_i \cdot (y_i - \mathbf{x}_i'\mathbf{f}_i)] = 0$ . (ii)  $E[\mathbf{x}_i\mathbf{x}_i']$  es una matriz finita y no singular de orden  $k \times k$ . Entonces (La demostración de este resultado se encuentra en Hayashi (2000), p-114):*

$$(i) \text{plim } \mathbf{b} = \mathbf{f}_i \quad \text{consistencia}$$

### 3.6.3. Inferencia en el modelo de regresión lineal

#### 3.6.3.1. La prueba t

La prueba t es una prueba de significancia individual de los parámetros en una regresión, dicho de otro modo: es una prueba estadística cuyo propósito es determinar, bajo un porcentaje de error, si el estimador del parámetro es estadísticamente significativo lo cual implica que la variable independiente sí tiene un efecto sobre la variable dependiente en caso de ser significativa. Para realizar la prueba t se construye el siguiente estadístico:

$$t_j = \frac{\hat{\beta}_j - \beta_j^0}{se(\hat{\beta}_j)}$$

Y sigue una distribución con  $t \sim_{(n-k-1, \alpha/2)}$  con  $n - k - 1$  grados de libertad. De modo que el estadístico  $t_j$  sigue una distribución t-student.

#### 3.6.3.2. La prueba F

La prueba F es una prueba de significancia global o conjunta cuyo propósito es determinar si todas las variables independientes son estadísticamente significativas de forma conjunta. Para realizar la prueba F se desarrolla el siguiente estadístico:

$$F = \frac{R_k^2/k}{(1 - R_k^2)/(n - k - 1)}$$

Y sigue una distribución con  $F \sim F_{k, k-n-1, \alpha}$  con  $k$  y  $n - k - 1$  grados de libertad. Entonces el estadístico  $F$  sigue una distribución F-Snedecor.

## **Parte II**

# **Datos, Modelos y Análisis**

# Capítulo 4

## Construcción y Análisis de los datos

### 4.1. Construcción de los datos

Los datos de la desigualdad del ingreso, producción, inflación y tasas de interés se calculan de manera anual y en términos reales para el periodo 1997-2013 para evitar la existencia de relaciones espurias entre las variables como consecuencia de problemas metodológicos propios de la construcción de datos.

Las observaciones anuales, en contraste con observaciones mensuales, trimestrales o semestrales, ofrecen algunas ventajas en la elaboración de datos. Primero en el tema de la estacionalización, las observaciones de variables económicas medidas de forma mensual, trimestral o semestral siguen un comportamiento estacional, en contraste con las observaciones anuales. La estacionalidad presenta inconvenientes porque las observaciones de las distintas variables tienen distinta periodicidad, que hace necesario la desestacionalización para evitar resultados espurios en la modelación, sin embargo no existe un único método para desestacionalizar series (Para una introducción a los procedimientos de desestacionalización ver Gysels (2001), un tratamiento más avanzado en Franses y Paap(2004)), e incluso cada serie requiere de un proceso de desestacionalización único, de modo que los datos anuales solventan el tema porque no necesitan ser desestacionalizados. Segundo, tiene poco sentido hablar de la producción mensual o la desigualdad mensual cuando la elaboración de estas variables tiene carácter anual, si bien los datos mensuales, trimestrales o semestrales permiten incrementar el número de observaciones y dar mayor solvencia a la modelación econométrica, esta solvencia solo se da principalmente en modelos predictivos.

Las observaciones calculadas para todas las variables comprenden el periodo temporal anual 1997-2013 debido a que los datos para la desigualdad del ingre-

so están basados en la Encuesta Nacional de Hogares (ENAH) que se formula desde 1997 en adelante. Adicionalmente, Se toma el periodo 1997-2013 porque a pesar de que existen datos para las variables que cubren un periodo temporal mas extenso y la existencia métodos que permiten obtener los estimadores de los parámetros en modelos de regresión lineal con variables que tienen diferentes tamaños muestrales (Conocidos como modelos de regresión no balanceados, ver Rawlings, Pantula y Dickey (1998)), se corre el riesgo de obtener resultados espurios porque las variables pueden tener distintos componentes cíclicos. Adicionalmente, las propiedades asintóticas de estos estimadores para datos observacionales de series temporales no han sido desarrolladas.

Los datos de las variables se calculan en términos reales para medir en términos reales la influencia de cada variable propuesta sobre la desigualdad de los ingresos y eliminar potenciales relaciones espurias como consecuencia de variables nominales.

#### **4.1.1. PIB, Inflación y tasas de interés**

##### **4.1.1.1. Inflación**

La tasa de inflación de la economía peruana para el período 1997-2013 ha sido obtenida usando la serie del Índice de Precios del Consumidor (IPC) de Lima Metropolitana con año base 2009 que proporciona el INEI (el IPC que elabora el INEI sigue la metodología de los índices de Laspeyres). El uso de la inflación de Lima Metropolitana como medida de la inflación a nivel nacional se sustenta en diversas razones. Primero, el IPC a nivel nacional calculado por el INEI existe desde el 2012 en adelante, mientras que para el periodo 1997-2011 no existen datos. Segundo, el uso del IPC de Lima Metropolitana para el calculo de la inflación en el Perú ha sido ampliamente utilizado tanto en investigaciones nacionales como extranjeras de modo que permite comparabilidad de los resultados con trabajos similares. Tercero, la diferencia entre la tasa de inflación obtenida bajo el IPC de Lima Metropolitana y el IPC a nivel nacional es mínima como se evidencia en los datos del INEI. La inflación anual se calcula como el cambio porcentual del IPC mediante la siguiente formula (Mayores detalles en la guía metodológica de la inflación del INEI):

$$Inflacion_t = \left[ \frac{IPC_t^{dic}}{IPC_{t-1}^{dic}} - 1 \right] \times 100$$

Donde:  $IPC_t^{dic}$  es el IPC de Lima Metropolitana del mes de diciembre para en año  $t$  y  $IPC_{t-1}^{dic}$  es el IPC de Lima metropolitana de diciembre para en año  $t - 1$ . La serie calculada se encuentra en el cuadro A.0.1 del apéndice.

#### 4.1.1.2. PIB real

Los datos del producto para el período 1997-2013 se han obtenido deflactando la serie de Producto bruto interno a precios corrientes (que publica el INEI), expresados en miles de millones de nuevos soles a precios constantes del 2009. En el procedimiento de deflactación se utiliza al Índice de Precios del Consumidor (IPC) de Lima Metropolitana con año base 2009 como deflactor, y siguiendo la siguiente formula:

$$PIBreal_t = \frac{PIBcorriente_t}{IPC_{2009}} \times 100$$

Donde:  $PIBcorriente_t$  es el PIB a precios corrientes para el año  $t$ ,  $IPC_{2009}$  es el índice de precios al consumidor de Lima Metropolitana con año base 2009. La serie que contiene el PIB real se encuentra en el cuadro A.0.1 del apéndice.

#### 4.1.1.3. Tasas de interés real

La tasa de interés real que se utiliza es la Tasa Activa Promedio en Moneda Nacional (TAMN) anual en términos reales, publicada en las memorias del BCRP, para el periodo considerado. La TAMN se define (Ver Guía metodológica de la nota semana del BCRP) como la tasa activa promedio de un conjunto de operaciones de crédito que tiene saldo vigente a la fecha, esta tasa resulta de agregar operaciones con clientes de distintos riesgo crediticio y que han sido desembolsadas en distintas fechas. Se calcula promediando en forma geométrica las tasas activas sobre los saldos para cada uno de los ocho bancos con mayor saldo en la suma de operaciones consideradas. Posteriormente, las tasas activas calculadas para cada banco se ponderan geoméricamente por el saldo total de las operaciones realizadas por los ocho bancos considerados en el calculo. La formula es la siguiente (Ver la metodología del calculo de las tasas de interés promedio de la SBS):

$$\left(1 + \frac{TA}{100}\right) = \prod_n^8 \left( \prod_i \left(1 + \frac{t_{in}}{100}\right) \frac{P_{in}}{\sum P_{in}} \right)^{\frac{\sum_i P_{in}}{\sum_n \sum_i P_{in}}}$$

Donde:  $n$  es cada uno de los 8 bancos con mayores saldo en la suma de operaciones activas consideradas,  $i$  es cada tipo de operación activa,  $t_{in}$  es la tasa de interés sobre saldos de operación  $i$  en el banco  $n$ , y  $P_{in}$  saldo del tipo de operación  $i$  en el banco  $n$ . La serie obtenida se presenta en el cuadro A.0.1 del apéndice.

#### 4.1.2. Desigualdad del Ingreso

Las medidas de desigualdad del ingreso cuantifican la desigualdad de las distribuciones del ingreso y adicionalmente permiten rankear dos o mas distribuciones en base a su desigualdad relativa (Véase Atkinson (1970)). La elaboración de medidas de desigualdad del ingreso es una labor complicada debido a la multitud de factores que se tiene que considerar, entre estos: la definición y tipo de ingreso, unidad de análisis, selección de medida de desigualdad, impacto de los precios, escalas de equivalencia, entre otros (Véase Srinivasan (1992) para un recuento de los principales retos en la elaboración de medidas de desigualdad y su relación con la macroeconomía).

Dentro de la teoría de la medición de la desigualdad existen diversos enfoques para elaborar medidas de desigualdad, tales como: el enfoque de funciones de bienestar social, enfoque de la teoría de la información, enfoque ad-hoc, y otros (Véase Cowell (2011) capítulo 3 para mas detalles). Ya sea que una medida de desigualdad del ingreso se construya siguiendo un enfoque u otro, estas deben satisfacer 5 propiedades básicas (Principio de transferencia débil, independencia de la escala del ingreso, principio de población, decomponibilidad y principio de transferencia fuerte) para medir de manera ideal la desigualdad. Adicionalmente, las medidas de la desigualdad del ingreso pueden ser unidimensionales o multidimensionales, una medida unidimensional se basa en un atributo principal de una variable, mientras que una medida multidimensional toma en consideración diversos atributos de la variable (Una reseña para el caso multidimensional se encuentra en Savaglio (2004)).

Un aspecto importante en la medición de la desigualdad del ingreso es el concepto de ingreso y los elementos que lo componen. Dentro de la literatura relacionada, el ingreso se define de diversas maneras (Por ejemplo ingreso monetario, no monetario, bruto o neto), lo mismo para la composición del ingreso (que puede contener salarios, rentas, subvenciones, herencias, donaciones, etc). La determinación del ingreso depende los objetivos de la investigación y la disponibilidad de datos para su elaboración.

En la elaboración de medidas de desigualdad es necesario elegir la unidad bási-

ca de análisis (también conocida como unidad receptora de ingresos), que es la unidad elemental sobre cuyos ingresos se elaboran las medidas de desigualdad. En el trabajo aplicado las unidades de básicas de análisis más usadas son: los hogares, las familias y los individuos, el uso de unidad básica u otra depende los objetivos de la investigación y la disponibilidad de datos. Otras unidades básicas afectan de manera distinta la medición de la desigualdad son analizados en Ebert y Moyes(2000), Danziger y Taussig(1979). Relacionada a la unidad básica de análisis esta la aplicación de escalas de equivalencia, que permiten homogeneizar el ingreso de todas las observaciones de la unidad de análisis tomando en consideración las diferencias en necesidades y composición. En la literatura existen diversos tipos de escalas de equivalencia de equivalencia: paramétricas, subjetivas y expertas [para mayores detalles ver Deaton y Zaidi (2002), UNSD (2011)]; nuevamente el uso de una escala u otra depende los objetivos de la investigación y la disponibilidad de datos.

Finalmente, las medidas de desigualdad tienen que tomar en cuenta el efecto de los precios (Véase pendakur (2002) para mayores detalles del efecto de los precios sobre las medidas de desigualdad) mediante un deflactor de precios, y dado que dentro de un país los precios varían entre regiones se usa un deflactor de precios espacial para tomar en cuenta este efecto.

#### **4.1.2.1. Coeficiente de Gini**

El coeficiente de Gini es una medida de dispersión estadística, desarrollado por Corrado Gini en 1912 como una medida de concentración aplicable a la distribución de la riqueza (Parrillo 2008, p-407), que tiene múltiples aplicaciones en finanzas, educación, ecología etc . En economía se usa principalmente para medir la desigualdad de los ingresos y de modo particular como reflejo del bienestar existente en una sociedad, toma valores de 0 a 1, es 0 cuando existe perfecta equidad y 1 en perfecta inequidad (mayores detalles sobre la interpretación y cálculo del coeficiente en Xu, 2003). De lo anterior se entiende que el coeficiente de Gini es un estadístico (al igual que la media, varianza, asimetría, etc.) de una función de distribución estadística, de modo que para obtener un coeficiente de Gini del ingreso se tiene que tener previamente a disposición una distribución del ingreso. Se ha seleccionado el coeficiente de Gini de entre varios índices que miden la desigualdad, primero porque es una medida unidimensional de la desigualdad (Y que a diferencia de medidas multidimensionales permite comparar de manera inequívoca los cambios de la desigualdad entre dos distribuciones distintas).

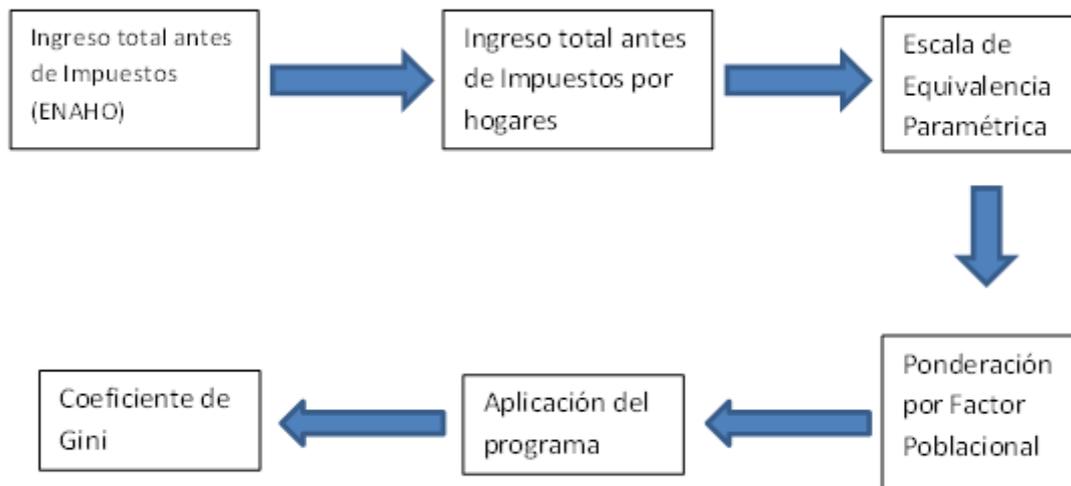
Segundo, a pesar que las únicas medidas de desigualdad que satisfacen los 5 criterios básicos (ver Cowell, 2011) son los índices de entropía generalizada, el coeficiente de Gini satisface 3 de los 5 criterios y débilmente un cuarto criterio que lo sitúa como una medida aceptable para medir la desigualdad. Tercero, debido a su fácil entendimiento y amplio uso en trabajos previos relacionados.

Para la elaboración del coeficiente de Gini se ha tomado como unidad básica al hogar (Dado que los hogares miden de una manera mas adecuada el bienestar personal, ver Danziger y Taussig(1979)), siendo posible que para un hogar existan una o mas familias. Se aplica una escala de equivalencia del tipo paramétrico tomando los mismos valores que la escala del SEDLAC, Glewwe(1988) aplica ésta escala al caso peruano. Similarmente, los efectos de los precios en los ingresos en el tiempo han sido incorporado en la medición de las variables como se menciona en la guía metodológica del INEI .

El coeficiente de Gini ha sido elaborado a partir de los datos del ingreso bruto (El ingreso bruto se prefiere porque no incluye los efectos de la política redistributiva del gobierno) de los hogares obtenida de la Encuesta Nacional de Hogares (ENAHO) que realiza el INEI anualmente. La definición de ingreso bruto es la misma que utiliza el INEI. Los resultados de la ENAHO se encuentran disponibles para el período 1997-2013, dos aspectos son importantes de mencionar: para los años 1997-2002 la encuesta se realizo para el cuarto trimestre del año y desde el 2003 se expandió el cuestionario, sin embargo para todo el período los resultados son comparables debido a la consistencia de los diseños muestrales la ENAHO. En el presente trabajo se elabora el coeficiente de Gini de forma anual, a pesar de que es posible obtener coeficientes de manera semestral, no se realiza debido al problema de los incompletos, que hace referencia a la imposibilidad de encuestar a toda la muestra al finalizar el trimestre de manera que cualquier medición que se extraiga de los datos es distorsionada ya que no representa a toda la población, tal problema no se presenta en datos anuales. Finalmente el coeficiente de Gini se obtiene aplicando el programa Ineqdeco del paquete estadístico STATA y se aplica un factor de expansión poblacional, desarrollado por el INEI, para que los resultados sean representativos a nivel nacional.

Los pasos seguidos para la elaboración del coeficiente de Gini como medida de la desigualdad del ingreso se muestran en la siguiente figura:

Figura 4.1.1: Elaboración del coeficiente de Gini



La serie obtenida se presenta en el cuadro A.0.2 del apéndice, adicionalmente en el cuadro A.0.3 se incluyen valores del coeficiente de Gini bajo diferentes especificaciones del ingreso.

#### 4.1.2.2. Índice de Entropía Generalizada

El índice de entropía generalizada es una familia de medidas de desigualdad que satisface todas las propiedades básicas de una medida desigualdad. Se basa en la aplicación de resultados de la teoría de la información a la distribución de los ingresos (Para mayores detalles entre la teoría de la información y la medición de la desigualdad véase Foster 1983). A diferencia del coeficiente de Gini, los valores del índice de entropía generalizada varían desde 0 al infinito, donde 0 representa la equidad perfecta y la desigualdad se va incrementando conforme aumenta el valor. El índice de entropía generalizada se puede expresar mediante la siguiente fórmula:

$$GE(\alpha) = \frac{1}{\alpha(\alpha - 1)} \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{y_i}{\bar{y}} \right)^\alpha - 1 \right] \quad \alpha \in [-\infty, \infty]$$

donde  $\bar{y}$  puede ser el ingreso per capita, por hogares o familias, el parámetro  $\alpha$  caracteriza la sensibilidad del índice  $GE$  a las diferencias de ingresos en diferentes partes de la distribución del ingreso: mientras más positivo sea  $\alpha$  más sensible va a ser el índice  $GE$  a la diferencia de ingresos en la parte superior de la distribución y mientras  $\alpha$  sea más negativo, más sensible va a ser el índice  $GE$  a la diferencia

de ingresos en la parte inferior de la distribución. Los valores más comunes de  $\alpha$  son 0, 1 y 2.

El índice de entropía generalizada se obtiene aplicando el programa Ineqdeco del software STATA sobre el ingreso antes de impuestos y tomando como parámetro  $\alpha = 1$ , la serie obtenida se presenta en el cuadro A.0.2 del apéndice.

#### **4.1.2.3. Participación del Ingreso por Percentiles.**

Indica en términos porcentuales la proporción del total del ingreso que se atribuye a los hogares dentro del rango de un determinado percentil (Un percentil es un estadístico de orden que divide la función de distribución en intervalos iguales) de la distribución del ingreso, es decir: determina que tanto del ingreso total le corresponde a un segmento de la población dentro la distribución del ingreso. La fórmula para obtener la participación del ingreso (Alternativamente se puede obtener la participación del ingreso mediante la curva Lorenz, ver Chotikapanich (2008)) es la siguiente:

$$\%Income Share_i = \frac{Ingreso\ percentil\ i}{Ingreso\ total} \times 100$$

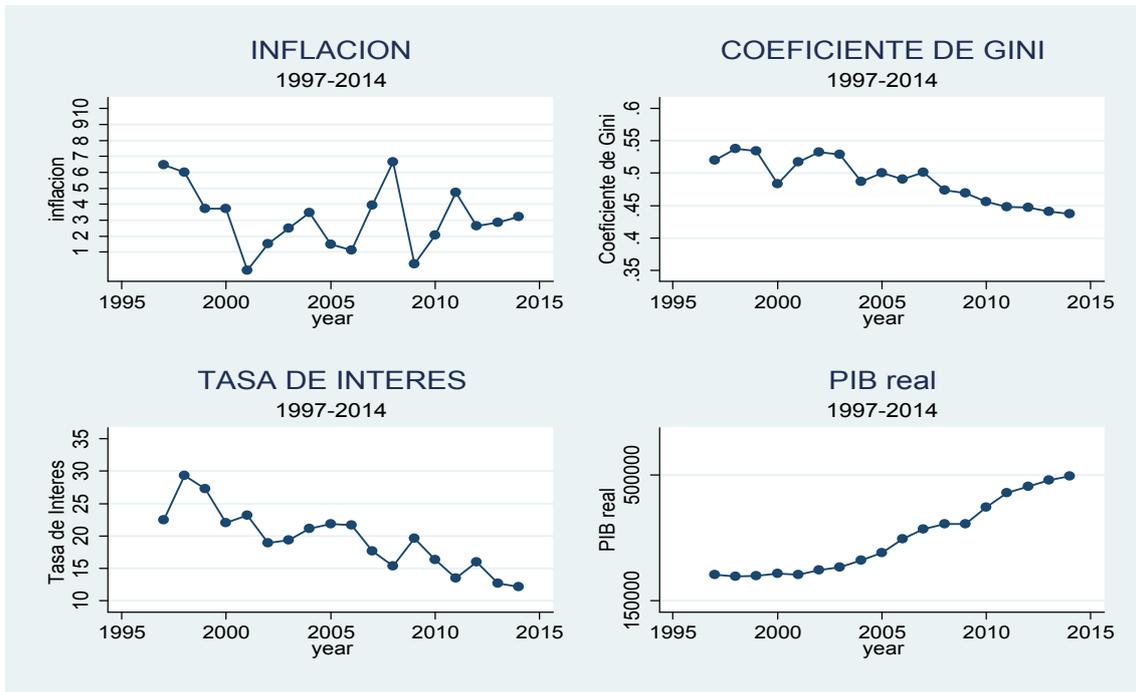
En el trabajo aplicado los percentiles más usados son los quintiles y los deciles, que dividen la distribución del ingreso en 5 y 10 partes iguales cada uno. En el presente trabajo se utilizan la participación del ingreso por deciles de la distribución del ingreso después de ingreso, los datos obtenidos se presentan en el cuadro A.0.4 del apéndice.

## **4.2. Análisis descriptivo de los datos**

### **4.2.1. Evolución de las variables**

En el gráfico (3.2.1) se presenta la evolución de las variables coeficiente de Gini, inflación, producto y tasa de interés en el periodo 1997-2013.

Figura 4.2.1: Evolución de las variables



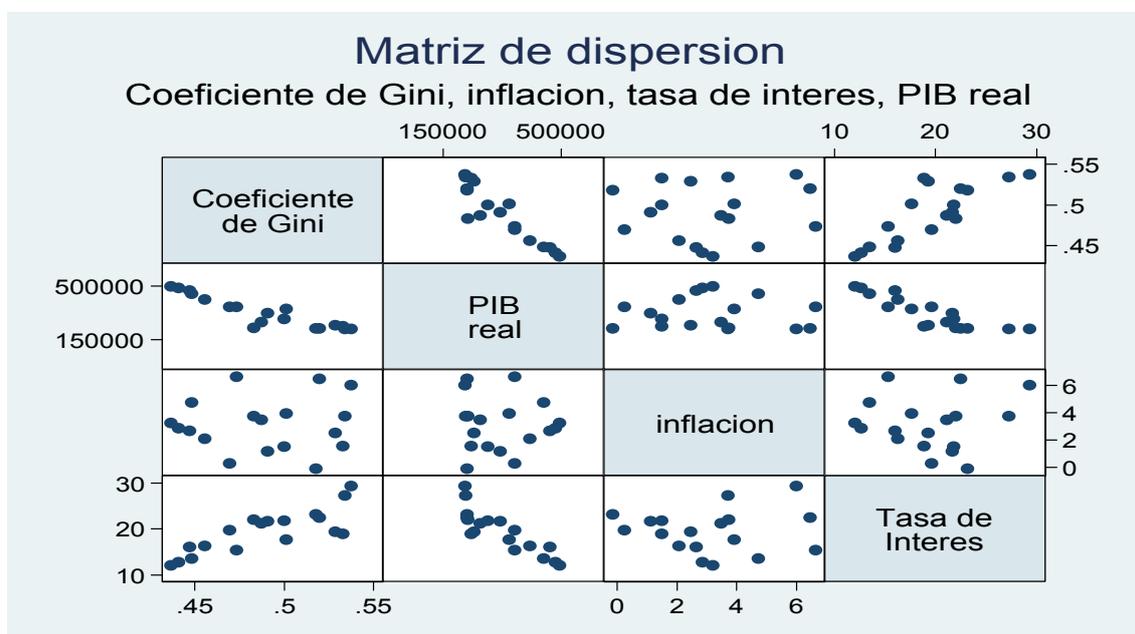
De la figura 3.2.1 se observa que el coeficiente de Gini fluctúa alrededor del valor 0.5 hasta el año 2007, luego desciende ininterrumpidamente hasta 0.43 en el año 2013, que evidencia la existencia un pequeño patrón tendencial decreciente en la variable. En el caso de la inflación no se llega a distinguir un patrón tendencial, sino que fluctúa alrededor del 3 % para el periodo de tiempo considerado, no obstante en dos puntos la inflación fue superior al 6 %, en los años 1997 y 1998 como consecuencia del fenómeno del niño que genero escasez de productos alimentarios y en el 2008 como consecuencia de la crisis financiera de ese año que forzó al gobierno a implementar una política fiscal expansiva. Mientras que para la tasa de interés fluctúa alrededor de una tendencia decreciente en todo el periodo considerado, pasando del 22 % en el año 1997 al 12 % en el año 2013. Se resalta que los tipos de interés se incrementan en años electorales (2001, 2006) y de alta inestabilidad e incertidumbre económica(1998, 2005, 2012). Para el caso del PIB se evidencia 3 periodos bastante marcados 1997-2001, 2002-2011 y 2012-2013, en el primero la producción del país prácticamente no mostró incremento alguno e incluso decreció en los años 1998 y 2001. En el segundo periodo la producción nacional se incremento a ritmos crecientes en todo el periodo (Salvo en el 2008 y 2009 como consecuencia de la crisis financiera), pasando de 234 mil millones de nuevos soles en el 2002 a 449 mil millones de nuevos soles en el 2011, prácticamente duplicando el tamaño de la producción nacional en el lapso de 10 años.

En el periodo 2012-2013 la producción se sigue incrementando pero a ritmos menores. La evolución de los deciles del ingreso se pueden ver en las figuras B.1.1, B.1.2 y B.1.3 del apéndice B.

#### 4.2.2. Correlación entre variables

La correlación entre variables se analiza gráficamente mediante una matriz de dispersión que contiene a todas las variables.

Figura 4.2.2: Matriz de dispersión del coeficiente de Gini, Tasa de interés, PIB real e inflación

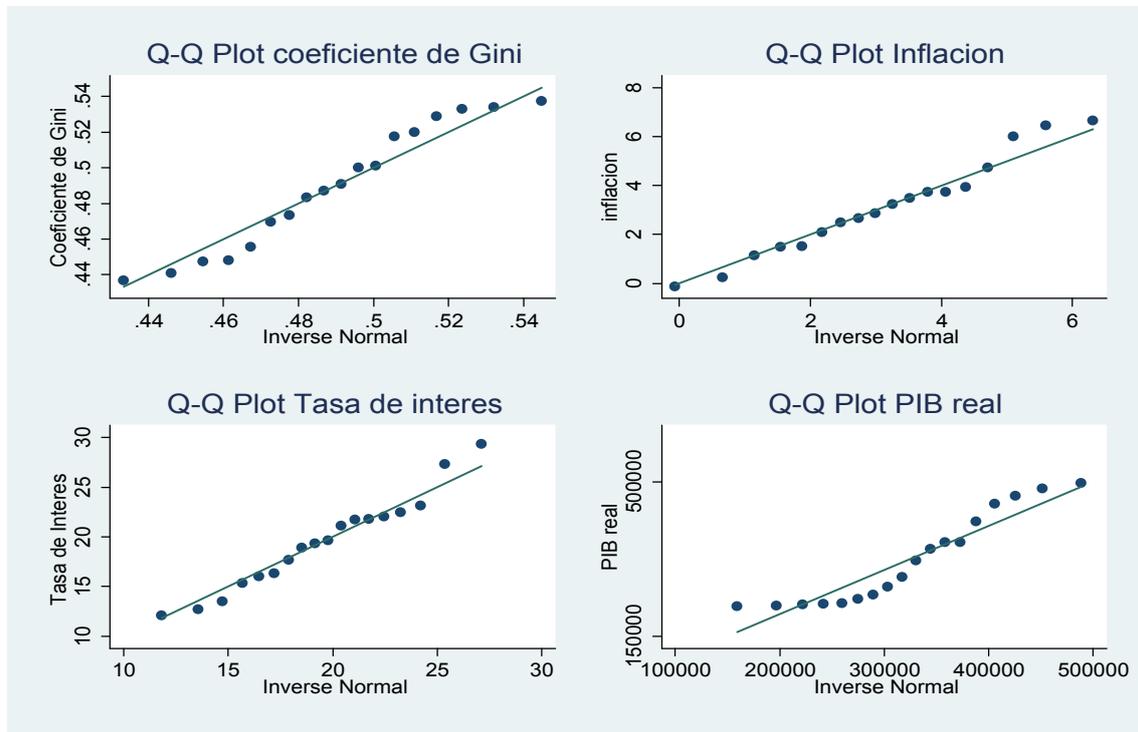


De la matriz de dispersión se observa una relación negativa entre el coeficiente de Gini y el PIB real, implicando menores niveles de desigualdad del ingreso a mayores niveles del producto. De manera opuesta existe una relación positiva entre el coeficiente de Gini y la tasa de interés, de modo que mayores tasas de interés implican mayores niveles de desigualdad. Por otro lado, la inflación no está relacionada con el coeficiente de Gini a nivel gráfico.

#### 4.2.3. Normalidad de las variables

En el siguiente gráfico se muestran los resultados de la prueba gráfica de normalidad q-q plot para todas las variables.

Figura 4.2.3: Normalidad de las variables en el test q-q



En el gráfico se aprecia que ninguna de las variables sigue una distribución normal y tampoco se evidencia valores atípicos para cada variable.

### 4.3. Análisis econométrico de los datos

En la econometría de series temporales es importante determinar, por medio de las observaciones de las variables bajo estudio, la existencia o no de ciertas propiedades estadísticas en las variables, es aun mas importante en modelos del tipo explicativo, dado que la causalidad que se infiere en estos modelos fácilmente puede provenir del hecho que las series tengan distintas propiedades temporales y no una verdadera relación causal, para mayores detalles ver Schewert (1979). Una de estas propiedades determina si las variables siguen una trayectoria tendencial o no, esto es si las variables siguen procesos estocásticos estacionarios o no estacionarios (En Brockwell y Davis (2002) cap-1 se definen estos conceptos y muestran diversos ejemplos) (en particular si la serie es integrada o no integrada, de manera simple una serie es integrada de orden 1,  $I(1)$ , si al tomar primeras diferencias esta sigue un proceso estacionario. La estacionariedad o no estacionariedad de las variables tiene un papel clave dentro de los modelos de regresión, ya que determina la forma funcional de las funciones de distribución de los

estimadores y contrastes estadísticos, así como sus principales propiedades estadísticas. En la literatura econométrica existen diversos procedimientos gráficos y paramétricos para analizar la estacionariedad de una serie temporal, así como la presencia de raíces unitarias o tendencias determinísticas en series no estacionarias. Dentro de los procedimientos paramétricos para la determinación de no estacionariedad de una serie temporal se tienen los tests de raíz unitaria, queda claro que si una serie temporal tiene raíz unitaria, no puede ser estacionaria. Y al mismo tiempo implica que la serie sigue una tendencia no determinística.

### 4.3.1. Raíz unitaria

La literatura relacionada al test de raíz unitaria es vasta y en constante crecimiento [introducciones al tema pueden hallarse en Campbell y Perron(1991), Stock(1986) y Wolters y Hassler(2005)]. Existe literalmente una multitud de procedimientos para testear la existencia de raíz unitaria, ya sea en el dominio temporal o de frecuencias, bajo diferentes tipos de Procesos Generadores de Datos (DGP), formas funcionales, entre otros. Dentro de la inmensa cantidad de tests de raíz unitaria que hay en la literatura, el test de raíz unitaria de Dickey-Fuller (DF), el test DF es una prueba  $t$  que analiza la presencia de raíz unitaria bajo la hipótesis nula que la serie es integrada de orden 1. Una detallada explicación del test DF se encuentra en Patterson (2011), es uno de los más populares, fue desarrollado por Dickey y Fuller(1979;1981) para procesos auto-regresivos. Una extensión del test DF a procesos Auto-regresivos de Medias Móviles (ARMA) fue desarrollada por Said y Dickey, ver Said y Dickey (1984), y es conocido también como el test Dickey-Fuller Aumentado (ADF).

No obstante el amplio uso de los tests DF y ADF, estos presentan ciertas limitaciones. La primera proviene de la reducción de poder del test cuando se aplica a muestras pequeñas, procesos cuyo verdadero parámetro se aproxima a la unidad, cuando el modelo y el DGP siguen el mismo proceso con diferente componente determinista (Rehman y Zaman 2011), cuando el modelo y el DGP siguen procesos diferentes (Schwert, 1989), número de retardos en el modelo (Ng y Perron 1995). La segunda consideración proviene del hecho de que no es posible realizar inferencia exacta sobre los estimadores sino aproximada, esto es usando distribuciones límite debido a que el test estadístico es pivote asintóticamente (Un test estadístico es pivote asintóticamente si su distribución asintótica no depende del D.G.P que ha generado los datos) [ver Haldrup y Jansson (2005) para mayores detalles] que no tendría mayor relevancia de no ser porque en economía las

muestras grandes de datos son la excepción mas que la regla. La tercera consideración es el sesgo de los estimadores en muestra pequeña usados para hallar el valor del test estadístico [el tema se revisa Andrews (1991), Shaman y Stine (1988) y Richard (2007)]. Ignorar estas consideraciones puede guiar potencialmente a cometer un error tipo I, o peor aún un error tipo II e invalidar los resultados.

Una alternativa al uso convencional de la teoría asintótica en el testeo de hipótesis es la aplicación del bootstrap. El bootstrap usa simulaciones de manera intensiva para la aproximar la función de distribución del test estadístico (Jeong and Maddala 1993; Davidson and Mackinnon 2004). La aplicación del bootstrap al testeo de raíces unitarias se puede hacer bajo dos enfoques: el block bootstrap y el sieve bootstrap. El primero se basa en particionar la serie en bloques y hacer un remuestreo de los bloques para obtener la distribución del test estadístico (Papaditis y Politis 2003, Lahiri 1999). Mientras que el segundo enfoque usa los residuos de una regresión bajo la hipótesis nula de raíz unitaria para construir una series simulada y obtener el estadístico de la distribución (Psaradakis 2001; Chang and Park 2003). La aplicación del bootstrap al testeo de raíz unitarias ofrece varias ventajas. Primero, la aplicación del bootstrap reduce significativamente el sesgo en los estimadores como se resalta en simulaciones llevadas a cabo en Patterson (2011). Segundo, el bootstrap provee mejoras de poder y tamaño frente a alternativas asintóticas tradicionales como se observa en Palm, Smeekes y Urbain (2008). Tercero la aplicación del bootstrap al test de raíz unitaria del tipo DFA genera refinamientos asintóticos (Park 2003), en otras palabras los errores cometidos al usando el bootstrap convergen a cero mas rápido que los errores usando la teoría asintótica. Tales mejoras proveen un sustento para elegir al bootstrap aplicado test DFA de raíz unitaria como el procedimiento a seguir para el análisis de raíz unitaria.

El bootstrap utilizado es el test bootstrap Dickey-Fuller Aumentado propuesto por Chang y Park (2003) para el testeo de raíz unitarias en series temporales y que se explica en el apéndice C.1. El número de retardos de la diferencia de la serie se selecciona mediante un criterio de información. El test estadístico es calculado de la regresión de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO). Para cada serie se realizan 100 mil simulaciones para construir la distribución bootstrap del estimador, los centiles 90, 95 y 99 de la distribución simulada son tomados como valores críticos. Adicionalmente, dos conjuntos de simulaciones son realizados para garantizar los resultados, en el primer conjunto se aplica el procedimiento a series ajustadas recursivamente para evitar la correlación ente la variable dependiente y los errores [véase So y Shin (1999), Taylor (2002) y Sul (2009)], mientras que en

el segundo conjunto se realiza un procedimiento bootstrap alternativo propuesto en Smeekes (2009) que ofrece mejoras de poder en procesos con tendencia; ambos procesos de ajuste se presentan en el apéndice C.2. Todas las simulaciones son programadas por el autor usando el software estadístico STATA (versión 12.1). Los resultados se presentan en la siguiente tabla:

Cuadro 4.3.1: Tests bootstrap de raíz unitaria

<b>Bootstrap de Chang y Park</b>				
		Valores críticos		
<b>VARIABLES</b>	DFA test	10 %	5 %	1 %
Inflación	-4.07	-1.62	-2.03	-2.92
Coefficiente de Gini	-3.39	-1.80	-2.16	-2.88
Índice de Entropía	-1.25	-1.31	-1.59	-2.15
Tasa de interés	-4.10	-1.39	-1.68	-2.31
PIB real	-2.01	-1.65	-2.01	-2.74
<b>Bootstrap de Chang y Park con ajuste recursivo</b>				
		Valores críticos		
<b>VARIABLES</b>	DFA test	10 %	5 %	1 %
Inflación	-3.56	-1.46	-1.78	-2.53
Coefficiente de Gini	-3.04	-1.77	-2.18	-3.00
Índice de Entropía	-1.88	-1.80	-2.22	-3.02
Tasa de interés	-1.75	-1.60	-2.00	-2.76
PIB real	0.23	-1.65	-2.07	-3.16
<b>Bootstrap con tendencia</b>				
		Valores críticos		
<b>VARIABLES</b>	DFA test	10 %	5 %	1 %
Coefficiente de Gini	-3.39	-2.11	-2.49	-3.27
Índice de Entropía	3.189	-2.56	-2.92	-3.70
Tasa de interés	-4.10	-1.01	-1.24	-1.97
PIB real	-2.01	-3.46	-3.83	-4.65

El cuadro 3.1 se compone de 3 paneles que contienen los resultados del test bootstrap bajo diferentes enfoques (Se hace notar que cada enfoque es complementario uno del otro, o visto de otra manera: cada enfoque aporta información estadística adicional sobre cada variable). En el primer panel, mediante el test bootstrap de Chang y Park, se rechaza la presencia de raíz unitaria para cada variable al analizar los valores críticos y el valor del test estadístico (excepto el Índice de Entropía

y el PIB real al 95 % de confianza). En el segundo panel se muestran los resultados del mismo test bajo ajustes recursivos de media y tendencia y se rechaza la presencia de raíz unitaria en la inflación en todos los niveles de significancia, sin embargo para las medidas de desigualdad, la tasa de interés y el PIB real no se rechaza la presencia de raíz unitaria en diferentes niveles de significatividad. De los dos primeros paneles se desprende que la inflación no contiene ninguna raíz unitaria y por lo tanto no tiene un componente tendencial (es estacionaria) y que el PIB real tiene una raíz unitaria y un componente tendencial, mientras que para el coeficiente de Gini y la tasa de interés no se puede concluir la existencia o no de raíz unitaria de modo que es necesario si estas variables son integradas o estacionarias en tendencia. En el tercer panel se aplica un test bootstrap que permite distinguir la presencia de raíces unitarias y tendencias en las variables, los valores del test indican que el PIB contiene una raíz unitaria, mientras que el coeficiente de Gini y la tasa de interés siguen procesos estacionarios en tendencia. De modo que se puede concluir que la inflación sigue un proceso estacionario, el PIB real sigue un proceso tendencial con raíz unitaria y tanto el coeficiente de Gini como la tasa de interés son estacionarios en tendencia.

Los resultados para los deciles del ingreso se presentan en el cuadro A.0.5 del apéndice, de los valores críticos indican que los deciles primero y del tercero al séptimo siguen procesos estocásticos que tienen un componente tendencial y una raíz unitaria, mientras que los deciles segundo y décimo siguen procesos estacionarios en tendencia, finalmente los deciles octavo y noveno tienen una raíz unitaria.

## Capítulo 5

# Modelos, Análisis de los resultados y conclusiones

La modelación y análisis de los fenómenos económicos puede realizarse siguiendo diversas metodologías econométricas, la elección de una metodología u otra depende principalmente los objetivos de la investigación (El objetivo puede ser obtener una relación causal, realizar predicciones o análisis de política económica del fenómeno económico) y el tipo de observaciones (Sean estas datos de corte transversal, series temporales o datos de panel). Dentro del análisis de la desigualdad y la actividad macroeconómica existen diversos trabajos (Clasificados como trabajos de primera y segunda generación, se diferencian en que los segundos toman en consideración las propiedades de series temporales de las variables) que adoptan la metodología de los modelos de regresión sobre datos de serie temporal. De manera similar el presente trabajo utiliza modelos de regresión para analizar la relación entre la desigualdad de los ingresos y la actividad macroeconómica, tomando en consideración las propiedades estadísticas y econométricas de las variables, que va a permitir comparar los resultados con trabajos previos en el tema.

Dentro de la metodología de los modelos de regresión, la validez de los resultados en el proceso de inferencia depende principalmente del cumplimiento de los siguientes supuestos: no autocorrelación de los errores, homocedasticidad de los errores, adecuada especificación, y la normalidad de los residuos (El supuesto de normalidad permite obtener distribuciones exactas de las pruebas t y F, sin embargo en series temporales prácticamente carece de relevancia). El quiebre de alguno de los supuestos afecta las propiedades de los estimadores (Véase Judge et al (1985) para mayores detalles sobre el quiebre de estos supuesto en regresiones en series temporales) de los parámetros e indica que el modelo propuesto

es inadecuado, de modo que una parte integral del análisis econométrico de los modelos presentados es la verificación de los supuestos.

## 5.1. Los modelos

Para analizar la relación entre la desigualdad de los ingresos y la actividad macroeconómica se aplica el modelo de regresión lineal, tomando como regresando a una medida de desigualdad y como regresores a la inflación, tasa de interés real y el PIB real, a cada variable se le ha extraído la tendencia o diferenciado según sus propiedades estadísticas de modo que cada variable es estacionaria. En consecuencia se tienen las siguientes especificaciones:

$$\begin{aligned} Gini_t = & \beta_0 + \beta_1 Inflacion_t + \beta_2 PIB\ real_t \\ & + \beta_3 Tasa\ de\ interes_t + \varepsilon_t \end{aligned} \quad (Modelo\ 1)$$

$$\begin{aligned} Entropia_t = & \beta_0 + \beta_1 Inflacion_t + \beta_2 PIB\ real_t \\ & + \beta_3 Tasa\ de\ interes_t + \varepsilon_t \end{aligned} \quad (Modelo\ 2)$$

$$\begin{aligned} Decil_{it} = & \beta_0 + \beta_1 Inflacion_t + \beta_2 PIB\ real_t \\ & + \beta_3 Tasa\ de\ interes_t + \varepsilon_t \quad \forall i = 1 \dots 10 \end{aligned} \quad (Modelo\ 3)$$

Los modelos 1 y 2 determinan la influencia de cada variable macroeconómica sobre la desigualdad de los ingresos, el uso del coeficiente de Gini y el índice de entropía generalizada como medidas de desigualdad permite determinar si la relación entre la desigualdad de los ingresos y la actividad macroeconómica esta condicionada a la elección de la medida de desigualdad (Dado que teóricamente el índice de entropía generalizada mide de manera mas completa la desigualdad). Mientras que se toma los deciles de la participación del ingreso como variable dependiente para analizar que segmento de la población es mas influenciado por cada variable macroeconómica. Los resultados se reportan en el siguiente cuadro (El primer estadístico es el test F de significancia conjunta que se testea bajo la hipótesis nula de no significatividad de todas las variables. El segundo estadístico es el  $R^2$ -ajustado. El tercer estadístico es la test de Breusch-Godfrey de autocorrelación de los residuos bajo la nula de no autocorrelación de los residuos. El cuarto estadístico es el test de especificación de Ramsey, bajo la nula de un modelo bien especificado. El quinto estadístico es el test Breusch-Pagan de de heterocedasticidad de los errores bajo la nula de no heterocedasticidad. Y finalmente, el sexto estadístico es la test de normalidad de Shapiro-Wilk bajo la nula de normalidad

de los residuos.):

Cuadro 5.1.1: Resultados del modelo de regresión 1 y 2

<b>Regresores</b>	<b>Modelo 1</b>	<b>Modelo 2</b>
Constante	0.0056 (0.444)	0.0244 (0.305)
Inflación	-0.0015 (0.486)	-0.0072 (0.295)
Tasa de interés	-0.0003 (0.865)	-0.0024 (0.676)
PIB real	-7.61e-08 (0.784)	-1.39e-07 (0.868)
<b>Estadísticos</b>		
Test F	0.19	0.42
$R^2 - adj$	-0.1779	-0.1212
Test de Breusch-Godfrey	0.186	0.056
Test de Ramsey	0.41	0.41
Test de Breusch-Pagan	0.12	0.61
Test de Shapiro-Wilk	0.889●	0.887●

Los resultados del primer modelo indican que los estimadores de la inflación y la tasa de interés tienen el signo opuesto al previsto por la teoría económica, mientras que el PIB real tiene el signo correcto, sin embargo ninguna de las variables independientes es significativa a nivel individual ni de manera conjunta. De acuerdo al  $R^2$ - ajustado las variables explican un porcentaje nulo de la variación del coeficiente de Gini, no se observa la presencia de autocorrelación, mala especificación ni heterocedasticidad y se rechaza la normalidad de los residuos. En el segundo modelo los estimadores de la inflación y la tasa de interés no tienen el signo previsto, mientras que el signo del PIB real es acorde a la teoría económica. Al igual que en el primer modelo no se observa significancia individual ni conjunta de las variables, el  $R^2$ - ajustado indica que las variables no tienen ningún poder explicativo sobre la variación del Índice de entropía generalizada, los test

estadísticos indican la ausencia de autocorrelación de los errores, heterocedasticidad y mala especificación, mientras que se rechaza la normalidad de los residuos. Los resultados de los modelos se encuentran en línea con trabajos donde no se encuentra evidencia estadística de la influencia de la actividad macroeconómica sobre la desigualdad de los ingresos y que consideraron las propiedades de series temporales de las variables, mientras que difieren de las investigaciones previas que encuentran evidencia estadística de la influencia de las variables macroeconómicas sobre la desigualdad de los ingresos, sin embargo los modelos de estas investigaciones no toman en consideración las propiedades de series temporales de las variables.

De la misma manera se presenta los resultados del modelo 3 en el siguiente cuadro (Los resultados de las pruebas estadísticas de los supuestos se muestran en la tabla A.0.6 del anexo):

Cuadro 5.1.2: Resultados del modelo de regresión 3

MODELO	Variable Dependiente	Regresores			
		Constante	Inflación	Tasa de interés	PIB real
Modelo 3	Decil 1	-0.0065 (0.908)	0.0013 (0.933)	-0.0121 (0.403)	-2.09e-06 (0.314 )
	2	0.0126 (0.830)	-0.0046 (0.787)	0.0054 (0.713)	1.05e-06 (0.621)
	3	-0.1163 (0.153)	0.0403 (0.093)	-0.0075 (0.703)	1.56e-06 (0.580)
	4	-0.1644 (0.166)	0.0575 (0.100)	-0.0105 (0.716)	4.18e-06 (0.316)
	5	-0.1579 (0.232 )	0.0543 (0.160)	-0.0166 (0.610)	6.24e-06 (0.189)
	6	-0.2283 (0.243)	0.0792 (0.167)	-0.0341 (0.483)	7.98e-06 (0.254)
	7	-0.2313 (0.197)	0.0783 (0.136)	-0.0166 (0.705)	7.54e-06 (0.237)
	8	-0.1131 (0.651)	0.0561 (0.442)	-0.0398 (0.531)	7.36e-06 (0.415)
	9	-0.0646 (0.800)	0.0186 (0.800)	-0.0279 (0.666)	5.97e-06 (0.515)
	10	0.7384 (0.419)	-0.2053 (0.438)	-0.0211 (0.926)	-8.46e-06 (0.794)

Los resultados del cuadro 4.1.2 indican que ninguna de las variables explicativas es estadísticamente significativa tanto de manera individual ni conjunta, el  $R^2$ -ajustado indica un poder de explicación nulo de las variables de la actividad macroeconómica para los deciles 1,2, 8, 9 y 10, mientras que para el resto de deciles el modelo explica menos del 12 % de la variación de la variable dependiente, que evidencia el bajo poder explicativo de las variables en general y se rechaza la presencia de autocorrelación, heterocedasticidad y mala especificación para todas las variables. Al igual que los modelos anteriores las variables macroeconómicas no influyen sobre los deciles del ingreso, este resultado es similar a otros trabajos que toman en consideración las propiedades de series temporales de las variables.

## 5.2. Análisis de los resultados

De los modelos anteriores se observa que independientemente de la medida de desigualdad que se seleccione, la actividad macroeconómica tiene un efecto nulo sobre la desigualdad de los ingresos para la economía peruana. Este resultado evidencia un hecho importante: una buena performance económica por si misma no reduce la desigualdad de los ingresos. Intuitivamente se puede poner ejemplos de economías en el mundo que verifican lo anterior, como la economía chilena que durante los últimos 30 años cuadruplicó su PIB y sin embargo mantiene elevados niveles de desigualdad en los ingresos o la economía norteamericana que tiene niveles de inflación cercanos al 0 % y ha experimentado incrementos en la desigualdad de los ingresos. La explicación del porque las variables macroeconómicas no influyen sobre la desigualdad de los ingresos en la economía peruana tiene dos aristas bien definidas: las variables macroeconómicas en el Perú y la naturaleza de la distribución del ingreso.

Primero, si bien de manera teórica la inflación redistribuye los ingresos y se considera que afecta principalmente a los individuos de menor ingreso en la economía, se tiene que considerar que no es lo mismo un nivel de inflación del 3 % anual que una hiperinflación, la distorsión en la distribución de los ingresos con una inflación del 3 % anual es prácticamente nula (Con un nivel de inflación del 3 % toma 20 años aproximadamente en reducir el poder de compra de los individuos a la mitad). Por otro lado, a pesar de que las tasas de interés experimentaron un marcado descenso en el periodo considerado y los esfuerzos de inclusión financiera (principalmente en las ciudades) en el país, la economía peruana se mantiene como un mercado financiero poco desarrollado e integrado, en consecuencia amplios segmentos de la población no acceden al crédito aun cuando el costo del financiamiento se haya reducido significativamente y que limita el impacto de los tipos de interés en la desigualdad de los ingresos. Con respecto al PIB real, el producto se duplico pero los individuos de la economía no incrementaron sus ingresos de manera equitativa, los principales sectores económicos son manufactura y minería, de estos solamente la manufactura es intensiva en trabajo al igual que la agricultura, este hecho reduce el efecto del PIB real en la distribución de los ingresos.

Segundo, la desigualdad de los ingresos en el Perú sigue una dinámica compleja que no se circunscribe a la actividad macroeconómica sino que incluye aspectos educativos, demográficos, geográficos, sociológicos e intergeneracionales que afectan la manera en que el ingreso se distribuye dentro de una sociedad. Como

se evidencia hallando la desigualdad por dominio geográfico en el Perú:

Cuadro 5.2.1: Coeficiente de Gini por dominio geográfico 1999-2013

<b>Dominio Geográfico</b>	<b>1999</b>	<b>2000</b>	<b>2001</b>	<b>2002</b>	<b>2003</b>	<b>2004</b>	<b>2005</b>	<b>2006</b>
Costa norte	0.39	0.45	0.41	0.42	0.42	0.40	0.39	0.39
Costa centro	0.34	0.35	0.34	0.38	0.37	0.37	0.36	0.36
Costa sur	0.43	0.43	0.46	0.37	0.40	0.40	0.38	0.39
Sierra norte	0.48	0.47	0.49	0.50	0.45	0.43	0.44	0.44
Sierra centro	0.48	0.48	0.47	0.53	0.46	0.44	0.47	0.45
Sierra sur	0.51	0.52	0.52	0.50	0.48	0.47	0.49	0.50
Selva	0.45	0.47	0.47	0.43	0.40	0.41	0.41	0.43
Lima metropolitana	0.50	0.39	0.48	0.50	0.50	0.43	0.48	0.44
<b>Dominio Geográfico</b>	<b>2007</b>	<b>2008</b>	<b>2009</b>	<b>2010</b>	<b>2011</b>	<b>2012</b>	<b>2013</b>	
Costa norte	0.44	0.39	0.39	0.38	0.37	0.39	0.38	
Costa centro	0.35	0.33	0.35	0.34	0.33	0.32	0.31	
Costa sur	0.39	0.40	0.40	0.42	0.38	0.40	0.39	
Sierra norte	0.48	0.48	0.46	0.47	0.53	0.51	0.52	
Sierra centro	0.47	0.48	0.43	0.44	0.47	0.46	0.45	
Sierra sur	0.50	0.49	0.49	0.45	0.45	0.45	0.44	
Selva	0.46	0.44	0.45	0.43	0.44	0.45	0.45	
Lima metropolitana	0.44	0.41	0.42	0.40	0.40	0.39	0.39	

Del cuadro 4.2.1 se aprecia que la desigualdad del ingreso en las regiones varía de manera consistente en todo el período considerado, las regiones con mayores niveles de desigualdad han sido la sierra norte y sur mientras que la región con menor nivel de desigualdad es la costa centro, esto evidencia un profundo contraste dado que las regiones costeras tienen mejores carreteras, mayor acceso a la educación superior, mayor tasa participación de la mujer en empleos formales y menores tasas de natalidad que las regiones de la sierra norte y sur, así como factores sociológicos lo cual se plasma en las diferencias en la desigualdad del ingreso.

Adicional a lo anterior, existe una perspectiva metodológica que puede influir sobre la relación entre la desigualdad de los ingresos y la actividad macroeconómica. Como se explicó en la sub-sección 3.1.2 la elaboración de medidas de desigualdad depende de una multitud de factores y como se evidencia en el cuadro A.0.3. De modo que dependiendo de la selección del tipo de ingreso, unidad de análisis, escala de equivalencia, método de deflatación entre otros aspectos,

puede encontrarse de manera econométrica una relación entre la desigualdad de los ingresos.

### **5.3. Conclusiones**

Del análisis realizado en la sección previa se concluye que no existe una relación entre la desigualdad de los ingresos y la actividad macroeconómica, esto significa que los cambios de la actividad macroeconómica no influyen en la desigualdad de los ingresos, es posible estar en una sociedad económicamente deprimida pero tener niveles bajos de desigualdad de los ingresos o a la inversa. Las causas que explican la ausencia de una relación entre la desigualdad de los ingresos y la actividad macroeconómica se dividen en dos. La primera es la misma naturaleza de la desigualdad de los ingresos que a pesar de ser un fenómeno económico no depende principalmente de factores económicos (a diferencia de otras variables económicas como los tipos de interés, tasas de cambio, etc) sino que depende también de factores geográficos, históricos, sociológicos entre otros. La segunda tiene que ver con la naturaleza de las variables de la actividad macroeconómica que son variables altamente agregadas dentro de un contexto macroeconómico, mientras que la desigualdad de los ingresos se deriva de la distribución personal de los ingresos, los ingresos de los individuos se determinan por lo general en un contexto microeconómico. Ambas causas explican el nulo poder predictor de las variables.

Una consecuencia importante de lo anterior es el hecho que el estado puede jugar un papel determinante para reducir la desigualdad de los ingresos, y por ende la desigualdad económica, mediante la aplicación de políticas redistributivas, ya sea mediante programas de apoyo a la educación, mejoramiento de la infraestructura, entrega directa de dinero, apoyo alimentario, etc. Y dado que al estar relacionada la desigualdad de los ingresos con el bienestar en una sociedad, esto implicaría mejorar el bienestar conjunto de la sociedad.

### **5.4. Recomendaciones**

Dadas las conclusiones de la presente investigación se recomienda un análisis más exhaustivo de las causas que originan la desigualdad de los ingresos en la economía peruana, y adicionalmente mejores sustentos teóricos entre la desigualdad de los ingresos y la actividad macroeconómica.

# Bibliografía

- Abdel-Ghany, M. and S. J. Thoma (2002). Distribution of household income in america: Effects of source of income, inflation, and cost of living differentials. *Social Indicators Research* 60(1/3), 281–297.
- Ando, A. and F. Modigliani (1963). The "life cycle" hypothesis of saving: Aggregate implications and tests. *The American Economic Review* 53(1), 55–84.
- Andrews, D. (1991). Exactly unbiased estimation of first order autoregressive-unit root models. Cowles Foundation Discussion Papers 975, Cowles Foundation for Research in Economics, Yale University.
- Anthony B. Atkinson, F. B. (Ed.) (2015). *Handbook of Income Distribution*, Volume 2A-2B. North Holland.
- Armitage, S. (2005). *The Cost of Capital: Intermediate Theory*. CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS.
- Atkinson, A. B. (1970). On the measurement of inequality. *Journal of Economic Theory* 2(3), 244 – 263.
- Atkinson, A. B. (1997). Bringing income distribution in from the cold. *The Economic Journal* 107(441), 297–321.
- Battisti, M., T. Fioroni, and A. Lavezzi (2014). World interest rates, inequality and growth: an empirical analysis of the galor-zeira model. Discussion papers, Dipartimento di Economia e Management (DEM), University of Pisa, Pisa, Italy.
- Bertola, G., R. Foellmi, and J. Zweimuller (2006). *Income distribution in macroeconomic models*. Princeton, N.J: Princeton University Press.
- Blanchard, O. and D. H. Johnson (2013). *Macroeconomics* (6 ed.). Pearson Prentice.
- Blinder, A. S. and H. Y. Esaki (1978). Macroeconomic activity and income distribution in the postwar united states. *The Review of Economics and Statistics* 60(4), 604–609.

- Bondone, C. A. (2011, August). Theory of interest in retrospect from the theory of economic time.
- Brockwell, P. J. and R. A. Davis (2002). *Introduction to time series and forecasting* (2. ed.). Springer texts in statistics. New York, Berlin, Heidelberg: Springer.
- Browning, M. and T. F. Crossley (2001). The life-cycle model of consumption and saving. *Journal of Economic Perspectives* 15(3), 3–22.
- Buse, A. (1982). The cyclical behaviour of the size distribution of income in Canada: 1947-78. *The Canadian Journal of Economics / Revue canadienne d'Economique* 15(2), 189–204.
- Campbell, J. Y. and P. Perron (1991). Pitfalls and opportunities: what macroeconomists should know about unit roots. In *NBER Macroeconomics Annual 1991, Volume 6*, pp. 141–220. MIT press.
- Case, K. E. and R. C. Fair (1999). *Principles of macroeconomics*. Prentice Hall.
- Chang, Y. and J. Y. Park (2003). A sieve bootstrap for the test of a unit root. *Journal of Time Series Analysis* 24(4), 379–400.
- Chotikapanich, D. (Ed.) (2008). *Modeling Income Distributions and Lorenz Curves*. 5. Springer New York.
- Christensen, L., R. Johnson, and L. Turner (2015). *Research Methods, Design, and Analysis*. Pearson.
- Cieza, P. V. (2007). *Relación entre distribución del ingreso y crecimiento económico en el Perú (1950-2004)*. Tesis, Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
- Contreras, C., S. Gruber, and C. Mazzeo (2012). Orígenes históricos de la desigualdad en el Perú. Documentos de Trabajo / Working Papers 2012-328, Departamento de Economía - Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Cowell, F. (2011). *Measuring Inequality* (3 ed.). Oxford University Press.
- Cysne, R. P., W. L. Maldonado, and P. K. Monteiro (2005). Inflation and income inequality: A shopping-time approach. *Journal of Development Economics* 78(2), 516 – 528.
- Dabla-Norris, E., K. Kochhar, N. Suphaphiphat, F. Ricka, and E. Tsounta (2015). *Causes and Consequences of Income Inequality: A Global Perspective*. IMF Staff Discussion Notes. INTERNATIONAL MONETARY FUND.

- Dadkhah, K. (2009). *The Evolution of Macroeconomic Theory and Policy*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Danziger, S. and M. K. Taussig (1979). The income unit and the anatomy of income distribution. *Review of Income and Wealth* 25(4), 365–75.
- Davidson, R. and J. MacKinnon (2004). Bootstrap methods in econometrics. Working Papers 1028, Queen's University, Department of Economics.
- Deaton, A. (1997, August). *The Analysis of Household Surveys: A Microeconomic Approach to Development Policy* (World Bank). The Johns Hopkins University Press.
- Deaton, A. and S. Zaidi (2002). *Guidelines for Constructing Consumption Aggregates for Welfare Analysis*. The World Bank.
- Dickey, D. A. and W. A. Fuller (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American Statistical Association* 74(366), 427–431.
- Dickey, D. A. and W. A. Fuller (1981). Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root. *Econometrica* 49(4), 1057–1072.
- Ebert, U. and P. Moyes (2000, august). Is there any escape to equivalent scales when adjusting incomes for needs? World Congress of the Econometric Society.
- Elmendorf, D. (1996). The effect of interest-rate changes on household saving and consumption: a survey. Finance and Economics Discussion Series 96-27, Board of Governors of the Federal Reserve System (U.S.).
- Foster, J. E. (1983). An axiomatic characterization of the theil measure in income inequality. *Journal of Economic Theory*, 105–121.
- Franses, P. H. and R. Paap (2004, January). *Periodic Time Series Models*. O.
- Frisch, H. (1983). *Theories of Inflation*. Cambridge University Press.
- Ghysels, E. and D. R. Osborn (2001). *The Econometric Analysis of Seasonal Time Series*. Cambridge University Press. Cambridge Books Online.
- Glewwe, P. (1988). Distribucion del bienestar economico en el peru en 1985-86. Living standards measurement study (lsms) working paper, World Bank.

- Greene, W. H. (2006). *Econometric Analysis* (6. ed.). Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Greene, W. H. (2012). *Econometric Analysis* (7. ed.). Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- GroB, J. (2003). *Linear regression*. Springer-Verlag.
- Haldrup, N. and M. Jansson (2005). Improving size and power in unit root testing. Economics working papers, School of Economics and Management, University of Aarhus.
- Harley James E., Kevin D. Hoover, K. D. S. (Ed.) (1998). *Real business cycle A reader*. Routledge.
- Hartog, J. (1981). *Personal Income Distribution: A multicapability Theory*. Martinus Nijhoff publishing.
- Hayashi, F. (2000). *Econometrics*. Princeton University Press.
- Hobijn, B. and D. Lagakos (2005). Inflation inequality in the united states. *Review of Income and Wealth* 51(4), 581–606.
- Hoover, G. A., D. C. Giedeman, and S. Dibooglu (2009). Income inequality and the business cycle: A threshold cointegration approach. *Economic Systems* 33(3), 278 – 292.
- Jeong, J. and G. Maddala (1993). A perspective on application of bootstrap methods in econometrics. In *Econometrics*, Volume 11 of *Handbook of Statistics*, pp. 573 – 610. Elsevier.
- Judge, G. G., W. E. Griffiths, R. C. Hill, H. Lütkepohl, and T.-C. Lee (1985). *The Theory and practice of econometrics*. Wiley New York.
- Kaldor, N. (1955). Alternative theories of distribution. *The Review of Economic Studies* 23(2), 83–100.
- Knoop, T. A. (2015). *Business Cycle Economics: Understanding Recessions and Depressions from Boom to Bust*. ABC-CLIO.
- Kothari, C. (2004). *Research Methodology: Methods and Techniques*. New Age International (P) Limited.

- Lahiri, S. N. (1999). Theoretical comparisons of block bootstrap methods. *The Annals of Statistics* 27(1), 386–404.
- Lequiller, F. and D. Blades (2014). *Understanding National Accounts: Second Edition*. OECD Publishing, Paris.
- Lipsey, R. G. (1960). The relation between unemployment and the rate of change of money wage rates in the united kingdom, 1862-1957: A further analysis. *Economica* 27(105), 1.
- Malmfors, B., P. Garnsworthy, and M. Grossman (2003). *Writing and Presenting Scientific Papers*. Nottingham University Press.
- Mankiw, N. G. and D. Romer (Eds.) (1991). *New Keynesian Economics: Imperfect Competition and Sticky Prices* (1 ed.), Volume 1. The MIT Press.
- McCallum, B. (1993). Unit roots in macroeconomic time series: some critical issues. *Economic Quarterly* (Spr), 13–44.
- Mittelhammer, R. C. (2013). *Mathematical Statistics for Economics and Business* (2 ed.). Springer-Verlag New York.
- Mocan, H. N. (1999). Structural unemployment, cyclical unemployment, and income inequality. *The Review of Economics and Statistics* 81(1), 122–134.
- Moretti, E. (2010). Poverty, inequality and cost of living differences. Paper Series Paper 64, University of Kentucky Center for Poverty Research Discussion.
- Murray, Z. F. and S. Tao (2015). Investment and the weighted average cost of capital. *Journal of Financial Economics*, –.
- Ng, S. and P. Perron (1995). Unit root tests in arma models with data-dependent methods for the selection of the truncation lag. *Journal of the American Statistical Association* 90(429), 268–281.
- Nolan, B. (1988). Macroeconomic conditions and the size distribution of income: Evidence from the united kingdom. *Journal of Post Keynesian Economics* 11(2), 196–221.
- Palm, F. C., S. Smeeke, and J.-P. Urbain (2008). Bootstrap unit-root tests: Comparison and extensions. *Journal of Time Series Analysis* 29(2), 371–401.
- Paparoditis, E. and D. N. Politis (2003). Residual-based block bootstrap for unit root testing. *Econometrica* 71(3), 813–855.

- Park, J. Y. (2003). Bootstrap unit root tests. *Econometrica* 71(6), 1845–1895.
- Parrillo, V. N. (Ed.) (2008). *Encyclopedia of Social Problems* (0 ed.). SAGE Publications, Inc.
- Patterson, K. (2011). *Unit Root Tests in Time Series Key Concepts and Problems*, Volume 1. Palgrave Macmillan.
- Pendakur, K. (2002). Taking prices seriously in the measurement of inequality. *Journal of Public Economics* 86(1), 47–69.
- Phillips, A. W. (1958). The relation between unemployment and the rate of change of money wage rates in the united kingdom, 1861-1957. *Economica* 25(100), 283–299.
- Pollak, R. A. (1989, July). *The Theory of the Cost-of-Living Index*. Number 9780195058703 in OUP Catalogue. Oxford University Press.
- Pozo, J. A. S. (2008). Crecimiento económico y distribución de ingresos Perú 1970-2007. un enfoque macro.
- Psaradakis, Z. (2001, September). Bootstrap tests for an autoregressive unit root in the presence of weakly dependent errors. *Journal of Time Series Analysis* 22(5), 577–594.
- Rafsanjani, H. K., M. Zeinolabedini, M. Mir, and I. M. Far (2014, June). Studying the effect of education, trade, and fdi on income inequality in Iran. *Management and Administrative Sciences Review* 3(4), 733–745.
- Rawlings J., Sastry G. Pantula, D. A. D. (1998). *Applied regression analysis: a research tool* (2. ed.). Springer-Verlag New York.
- Rehman, A. (2011). Impact of model specification decisions on unit root tests. *International Econometric Review (IER)* 3(2), 22–33.
- Rehman, A.-u. and A. Zaman (2009). Impact of Model Specification Decisions on Unit Root Tests. MPRA Paper 19963, University Library of Munich, Germany.
- Richard, P. (2007). GLS bias correction for low order ARMA models. Cahiers de recherche, Département d'Économie de la Faculté d'administration à l'Université de Sherbrooke.
- Sahota, G. S. (1978). Theories of personal income distribution: A survey. *Journal of Economic Literature* 16(1), 1–55.

- Said, S. E. and D. A. Dickey (1984). Testing for unit roots in autoregressive-moving average models of unknown order. *Biometrika* 71(3), 599–607.
- Savaglio, E. (2004, febrero). Multidimensional inequality: A survey.
- Schwert, G. (1989). Tests for unit roots: A monte carlo investigation. *Journal of Business & Economic Statistics* 7(2), 147–59.
- Schwert, G. W. (1979). Tests of causality. *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy* 10, 55 – 96.
- Seber, G. and C. Wild (2003). *Nonlinear regression*. Wiley series in probability and statistics. Hoboken, NJ: Wiley-Interscience.
- Serletis, A. (2007). *The demand for money Theoretical and empirical approaches* (2 ed.). Springer US.
- Shaman, P. and R. A. Stine (1988). The bias of autoregressive coefficient estimators. *Journal of the American Statistical Association* 83(403), 842–848.
- Silber, J. (Ed.) (1999). *Hanbook of income inequality measurement*. Springer Science+Business Media, LLC.
- Sims, C. A. (2010). But economics is not an experimental science. *The Journal of Economic Perspectives* 24(2), 59–68.
- Smeekes, S. (2009). *Bootstrapping nonstationary time series*. Ph. D. thesis, Universitaire Pers Maastricht.
- So, B. S. and D. W. Shin (1999). Recursive mean adjustment in time-series inferences. *Statistics & Probability Letters* 43(1), 65 – 73.
- Srinivasan, T. (1992). Income distribution and the macroeconomy: Some conceptual and measurement issues. *Philippine Journal of Development JPD* 1992 Vol. XIX No. 2-a, Philippine Institute for Development Studies.
- Stock, J. (1986). Unit roots, structural breaks and trends. In R. F. Engle and D. McFadden (Eds.), *Handbook of Econometrics* (1 ed.), Volume 4, Chapter 46, pp. 2739–2841. Elsevier.
- Sul, D. (2009). Panel unit root tests under cross section dependence with recursive mean adjustment. *Economics Letters* 105(1), 123 – 126.

- Taylor, A. M. R. (2002). Regression-based unit root tests with recursive mean adjustment for seasonal and nonseasonal time series. *Journal of Business & Economic Statistics* 20(2), 269–281.
- Taylor, M. P. (1999). Real interest rates and macroeconomic activity. *Oxford Review of Economic Policy* 15(2), 95–113.
- Tinbergen, J. (1972). Factors determining income distribution. *Journal of Economic Issues* 6(4), 207–216.
- UNSD (2011). *Handbook on poverty statistics: Concepts, Methods and Policy Use*. United Nations Publications.
- Wold, H. (1954). Causality and econometrics. *Econometrica* 22(2), 162–177.
- Wold, H. (1956). Causal inference from observational data: A review of end and means. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A (General)* 119(1), 28–61.
- Wolters, J. and U. Hassler (2005). Unit root testing. Discussion Papers 2005/23, Free University Berlin, School of Business & Economics.
- Xu, K. (2003). How has the literature on gini's index evolved in the past 80 years? Department of economics at dalhousie university working papers archive, Dalhousie, Department of Economics.
- Yamada, G., J. Castro, and J. Bacigalupo (2012, April). Desigualdad monetaria en un contexto de rápido crecimiento económico: El caso reciente del Perú. Working Papers 12-01, Departamento de Economía, Universidad del Pacífico.

# **Apéndice/Anexos**

# Apéndice A

## Cuadros

Cuadro A.0.1: Datos de la variables Macroeconómicas

Año	Variables Macroeconómicas		
	Inflación	Tasa de Interés Real	PIB real
1997	6.463027	22.5	221,926
1998	6.006794	29.3	217,174
1999	3.726403	27.3	219,281
2000	3.734235	22.0	224,682
2001	-0.1273518	23.2	222,700
2002	1.515844	18.9	234,651
2003	2.483754	19.3	243,331
2004	3.481081	21.1	261,845
2005	1.49426	21.8	283,467
2006	1.137485	21.7	321,707
2007	3.927679	17.7	348,124
2008	6.650208	15.3	363,073
2009	0.2453164	19.7	362,847
2010	2.076444	16.3	409,232
2011	4.738421	13.5	449,409
2012	2.649369	16.0	467,465
2013	2.859681	12.7	484,727

Cuadro A.0.2: Datos del coeficiente de Gini e Índice de Entropía Generalizada

Año	Variables	
	<b>Coeficiente de Gini</b>	<b>Índice de Entropía Generalizada</b>
1997	0.5199116	0.5313985
1998	0.5375063	0.5752027
1999	0.5339614	0.5688027
2000	0.4831964	0.4272661
2001	0.5176911	0.5409051
2002	0.5328985	0.6060339
2003	0.5286959	0.5778621
2004	0.4872198	0.461655
2005	0.4999933	0.5278888
2006	0.4907393	0.4673911
2007	0.5010437	0.4901423
2008	0.4734171	0.4248837
2009	0.469492	0.4180369
2010	0.4557422	0.3990298
2011	0.4482018	0.3773012
2012	0.447327	0.3709112
2013	0.4410263	0.3594853

Cuadro A.0.3: Coeficiente de Gini bajo diferentes especificaciones de ingreso

<b>Año</b>	<b>Coef Gini Ingreso total bruto equivalente de los hogares</b>	<b>Coef Gini Ingreso total Bruto de los hogares</b>	<b>Coef Gini Ingreso total Neto de los hogares</b>	<b>Coef Gini Ingreso Monetario bruto de los hogares</b>
1997	0.5199116	0.5161819	0.5098423	0.557163
1998	0.5375063	0.52475	0.518866	0.5712461
1999	0.5339614	0.5171996	0.5106487	0.5721227
2000	0.4831964	0.4913474	0.4832477	0.5397869
2001	0.5176911	0.5117863	0.5038245	0.5700872
2002	0.5328985	0.5220098	0.513467	0.5789322
2003	0.5286959	0.5138137	0.5063515	0.5841938
2004	0.4872198	0.4894203	0.4820304	0.5594045
2005	0.4999933	0.4825946	0.4744989	0.5551156
2006	0.4907393	0.4816306	0.4727352	0.5496401
2007	0.5010437	0.5010636	0.4930682	0.5583799
2008	0.4734171	0.4673412	0.4593632	0.528868
2009	0.469492	0.4662603	0.4571899	0.5267003
2010	0.4557422	0.4656269	0.4557311	0.5274741
2011	0.4482018	0.4527545	0.4441784	0.4988464
2012	0.447327	0.4582521	0.4487695	0.500297
2013	0.4410263	0.4466548	0.4373634	0.4897449

Cuadro A.0.4: Deciles del Ingreso

Año	Variables									
	Decil 1	Decil 2	Decil 3	Decil 4	Decil 5	Decil 6	Decil 7	Decil 8	Decil 9	Decil 10
1997	1.03	2.13	3.15	4.3	5.62	7.16	8.94	11.77	16.54	39.37
1998	0.99	2.08	3.08	4.17	5.34	6.71	8.49	11.05	16.14	41.95
1999	1.06	2.13	3.19	4.24	5.42	6.73	8.66	11.02	15.37	42.18
2000	1.23	2.43	3.53	4.82	6.03	7.8	9.48	12.35	16.48	35.85
2001	1.17	2.28	3.27	4.33	5.53	7.03	8.92	11.5	16	39.97
2002	1.14	2.19	3.18	4.22	5.41	6.78	8.54	11.08	15.34	42.12
2003	1.38	2.38	3.23	4.15	5.3	6.65	8.36	10.98	15.48	42.1
2004	1.58	2.66	3.57	4.62	5.84	7.26	9.09	11.75	16.19	37.43
2005	1.52	2.6	3.5	4.5	5.7	7.11	8.89	11.44	15.66	39.08
2006	1.49	2.57	3.53	4.59	5.85	7.3	9.11	11.72	16.22	37.62
2007	1.35	2.37	3.38	4.5	5.76	7.23	9.13	11.79	16.29	38.22
2008	1.47	2.64	3.72	4.84	6.1	7.69	9.58	12	16.2	35.75
2009	1.57	2.76	3.78	4.9	6.15	7.6	9.46	12.01	16.13	35.64
2010	1.67	2.89	3.96	5.12	6.36	7.81	9.59	12.07	16	34.53
2011	1.54	2.85	4.04	5.29	6.66	8.08	9.82	12.17	15.85	33.71
2012	1.5	2.83	4.09	5.32	6.66	8.11	9.84	12.16	15.95	33.54
2013	1.59	2.94	4.14	5.36	6.69	8.13	9.9	12.2	16.07	32.98

Cuadro A.0.5: Resultados del test de raíz unitaria para los deciles del ingreso

Variables	DFA test	Valores críticos			Resultados de los tests
		10 %	5 %	1 %	
Decil 1	-3.43	-3.36	-3.76	-4.66	integrado al 5 %, TR y UR
2	-5.01	1.79	1.76	1.65	trend al 10 %, TR
3	-2.59	-3.35	-3.75	-4.62	integrado al 10 %, TR y UR
4	-2.17	-3.41	-3.81	-4.69	integrado al 10 %, TR y UR
5	-2.15	-3.42	-3.82	-4.72	integrado al 10 %, TR y UR
6	-2.76	-3.30	-3.73	-4.68	integrado al 10 %, TR y UR
7	-2.81	-3.36	-3.75	-4.63	integrado al 10 %, TR y UR
8	0.37	-1.61	-2.07	-2.85	realcp demean, integrado al 10 %,UR
9	-0.81	-1.25	-1.60	-2.26	realcp demean, integrado al 10 %, UR
10	-3.39	-2.12	-2.49	-3.26	trend al 10 %, TR

Cuadro A.0.6: Testeo de supuestos para la regresión 3

Modelo	Estadísticos					
	Test F	$R^2 - adj$	Test de Breusch-Godfrey	Test de Ramsey	Test de Breusch-Pagan	Test de Shapiro-Wilk
Modelo 3 (1)	0.54	-0.0935	0.048	0.86	0.02	0.955
(2)	0.15	-0.1889	0.075	0.65	0.54	0.934
(3)	1.39	0.0674	0.540	0.79	0.28	0.979
(4)	1.61	0.1020	1.320	0.52	0.23	0.928
(5)	1.68	0.1128	1.220	0.58	0.41	0.921
(6)	1.61	0.1030	0.937	0.46	0.08	0.908
(7)	1.56	0.0952	0.512	0.51	0.00	0.922
(8)	0.72	-0.0554	0.841	0.44	0.12	0.891●
(9)	0.29	-0.1532	2.396	0.27	0.00	0.942
(10)	0.24	-0.1674	0.101	0.33	0.19	0.885

# Apéndice B

## Gráficos.

### B.1. Deciles del Ingreso

Figura B.1.1: Evolución de los deciles 1, 2, 3 y 4 de la Distribución del Ingreso para el período 1997-2013

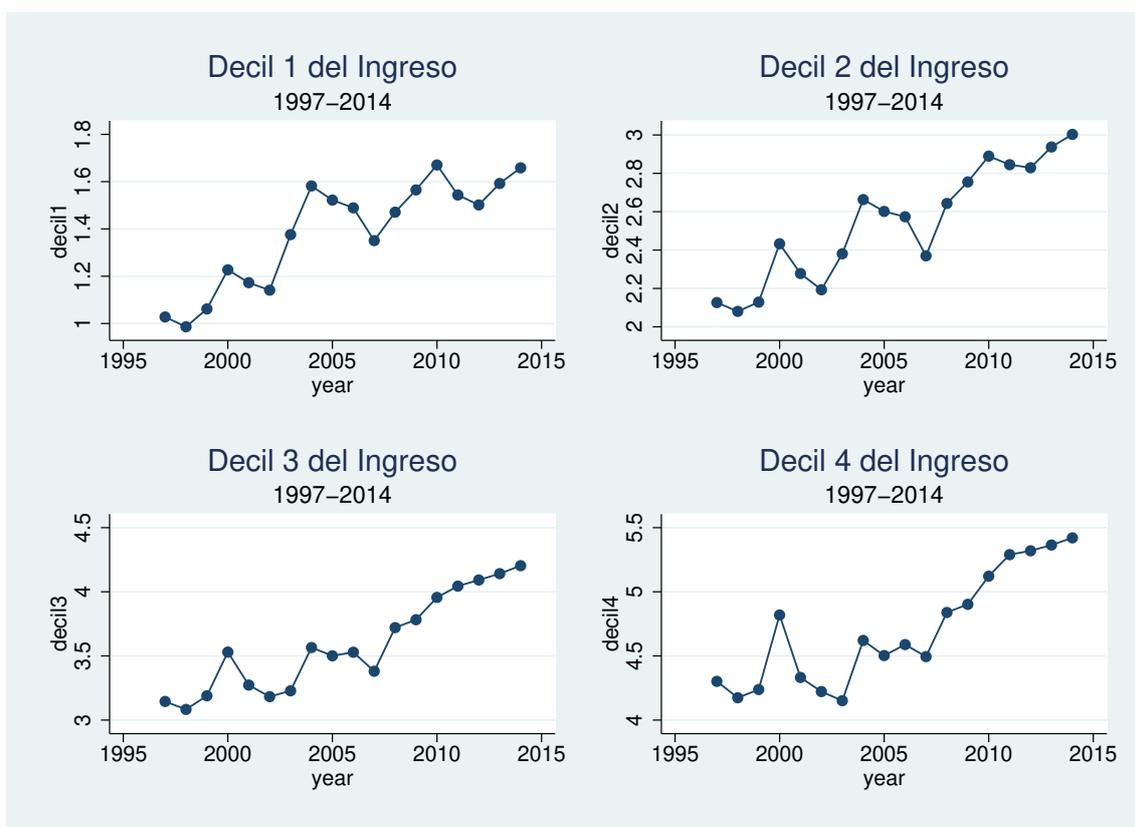


Figura B.1.2: Evolución de los deciles 5, 6, 7 y 8 de la Distribución del Ingreso para el período 1997-2013

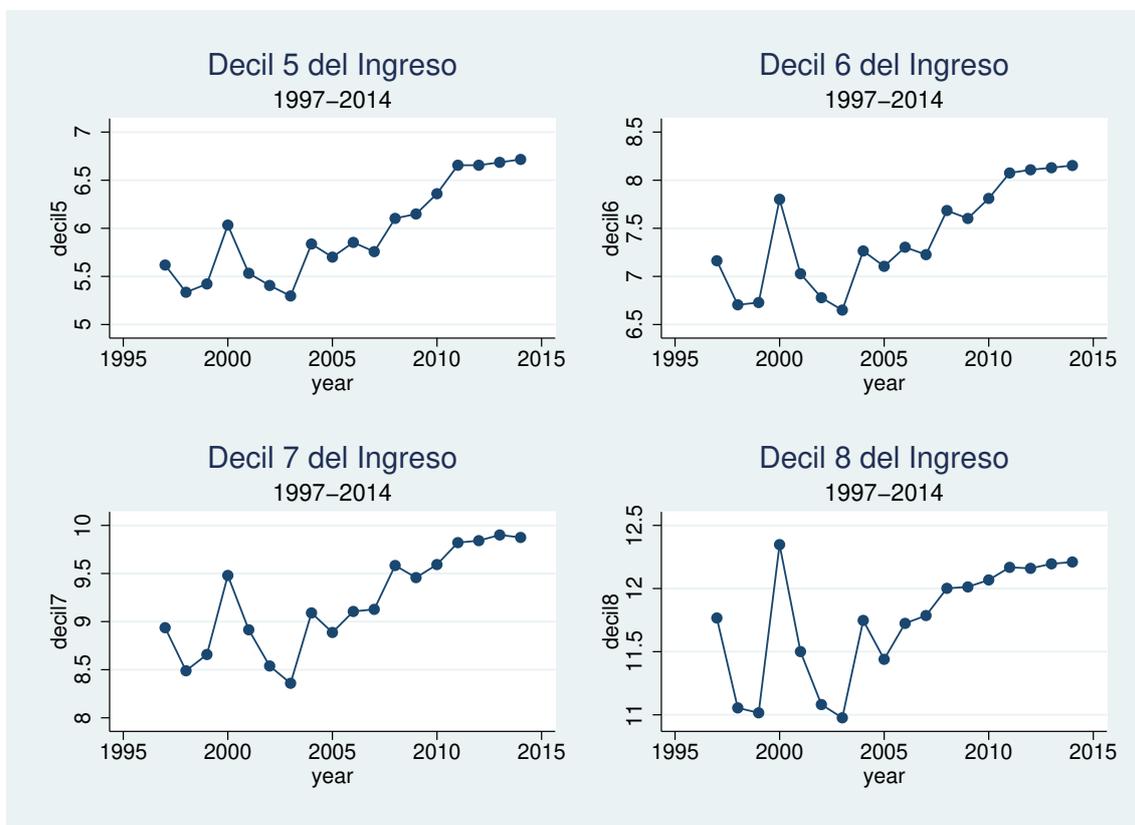
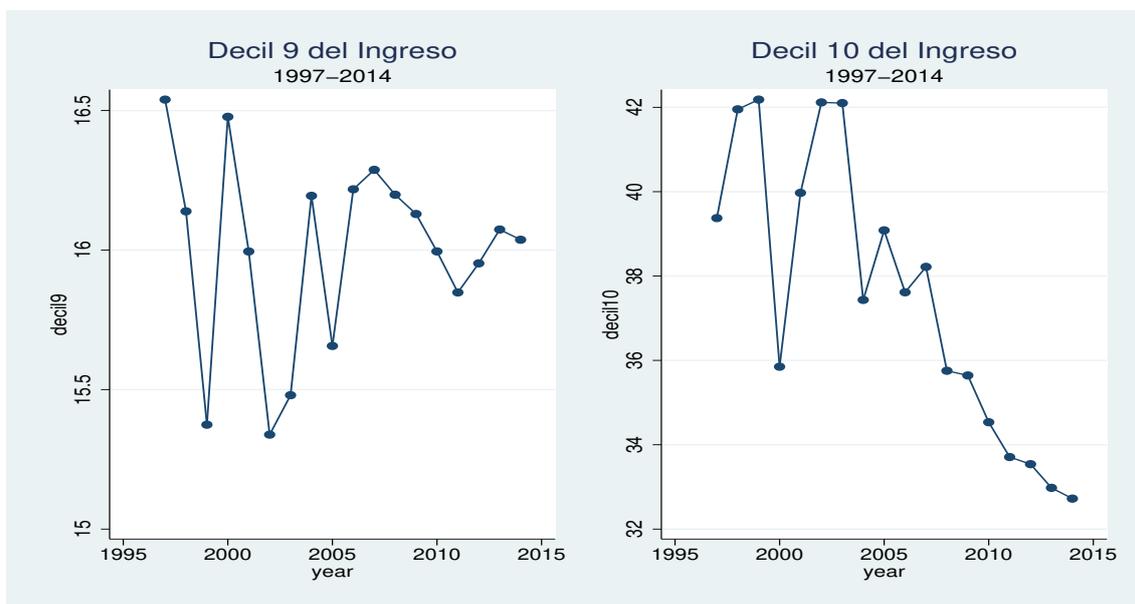


Figura B.1.3: Evolución de los deciles 9 y 10 de la Distribución del Ingreso para el período 1997-2013



# Apéndice C

## Fórmulas y Procedimientos

### C.1. Bootstrap de Chang y Park

1. Estimar la regresión Dickey-Fuller Aumentada:

$$y_t = \alpha y_{t-1} + \sum_{k=1}^p \alpha_k \Delta y_{t-k} + \varepsilon_{p,t}$$

Obtener el estadístico ADF, el número de lags puede obtener mediante criterios de información.

2. Estimar la siguiente regresión por MCO:

$$u_t = \alpha_1 u_{t-1} + \dots + \alpha_p u_{t-p} + \varepsilon_t \quad (\text{C.1.1})$$

Donde:  $u_t = \Delta y_t$ . Denotar por  $\tilde{\alpha}_{p,k}$ 's el estimador MCO de  $\alpha_k$ 's y por  $\tilde{\varepsilon}_{p,t}$  los residuales en la regresión C.0.1. Como antes el número de lags puede obtenerse por un criterio de información.

3. Construir la muestra bootstrap  $\varepsilon_t^*$  mediante el remuestreo de  $(\tilde{\varepsilon}_{p,t} - \bar{\varepsilon}_{p,n})_{t=1}^n$ .  
Donde  $\bar{\varepsilon}_{p,n}$  es la media de los residuales de la regresión C.0.1.
4. Construir la muestra bootstrap  $u_t^*$  como sigue:

$$u_t^* = \tilde{\alpha}_{p,1} u_{t-1}^* + \dots + \tilde{\alpha}_{p,p} u_{t-p}^* + \varepsilon_t^*$$

Utilizando  $p$  valores iniciales de  $u_t^*$ .

5. Construir la muestra bootstrap de  $y_t^*$  utilizando la siguiente recursión:

$$y_t^* = y_{t-1}^* + u_t^*$$

Y el valor inicial  $y_0^*$  puede fijarse como 0.

6. El bootstrap del test estadístico ADF puede obtenerse de la siguiente regresión:

$$y_t^* = \alpha y_{t-1} + \sum_{k=1}^p \alpha_k \Delta y_{t-k}^* + \varepsilon_{p,t}^*$$

7. Repetir los pasos del 2 al 6  $B$  veces para obtener la distribución bootstrap del test estadístico, donde  $B$  representa el número de replicaciones bootstrap.

## C.2. Ajuste recursivo de media y tendencia

### C.2.1. Ajuste recursivo de Media

Sea  $y_t$  la serie a la cual se extrae la media, se halla la media para cada observación mediante la sucesión:

$$\begin{aligned}\bar{y}_1^r &= y_1 \\ \bar{y}_2^r &= \frac{\sum_{i=1}^2 y_i}{2} \\ \bar{y}_3^r &= \frac{\sum_{i=1}^3 y_i}{3} \\ &\vdots \\ \bar{y}_t^r &= \frac{\sum_{i=1}^t y_i}{t}\end{aligned}$$

Luego a cada observación de la serie  $y_t$  se le extrae su propia media.

### C.2.2. Ajuste recursivo de tendencia

La aplicación del ajuste recursivo de tendencia varía un poco dependiendo si la serie forma parte del regresor o del regresando. Para la variable independiente se tiene la siguiente fórmula:

$$\bar{y}_t^{rd} = y_t - \frac{\sum_{s=1}^{t-1} y_s}{2(t-1)} - \frac{\sum_{t=1}^T \left[ y_t - \frac{\sum_{s=1}^{t-1} y_s}{2(t-1)} \right]}{T}$$

Y la fórmula para una variable independiente es:

$$\bar{y}_t^{rd} = y_t - \frac{\sum_{s=1}^{t-1} y_s}{2t} - \frac{\sum_{t=1}^T \left[ y_t - \frac{\sum_{s=1}^{t-1} y_s}{2t} \right]}{T}$$