



FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

**SIMULACIÓN DE LA FUNCIÓN DE REFLECTANCIA PARA LA RESONANCIA DE
PLASMONES DE SUPERFICIE**

Línea de investigación:

Física nuclear y ambiental

Tesis para optar el título profesional de Licenciado en Física

Autor:

Orna Tiburcio, Diego André

Asesor:

Bruna Mercado, Rubén

ORCID: 0000-0002-2125-9615

Jurado:

Guzmán Calcina, Carmen Sandra

Lostanau Melgarejo, Marco Jacinto

Mejía Cordero, Bernabé Alonso

Lima - Perú

2024



SIMULACIÓN DE LA FUNCIÓN DE REFLECTANCIA PARA LA RESONANCIA DE PLASMONES DE SUPERFICIE

INFORME DE ORIGINALIDAD

12%

INDICE DE SIMILITUD

12%

FUENTES DE INTERNET

1%

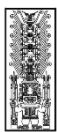
PUBLICACIONES

1%

TRABAJOS DEL ESTUDIANTE

FUENTES PRIMARIAS

1	repositorio.unal.edu.co Fuente de Internet	3%
2	documentop.com Fuente de Internet	2%
3	1library.co Fuente de Internet	1%
4	idoc.pub Fuente de Internet	1%
5	produccioncientificaluz.org Fuente de Internet	1%
6	riunet.upv.es Fuente de Internet	1%
7	hdl.handle.net Fuente de Internet	<1%
8	idus.us.es Fuente de Internet	<1%
9	www.slideshare.net Fuente de Internet	



FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES Y MATEMÁTICA

SIMULACIÓN DE LA FUNCIÓN DE REFLECTANCIA PARA LA RESONANCIA DE
PLASMONES DE SUPERFICIE

Línea de investigación:

Física nuclear y ambiental

Tesis para optar por el Título Profesional de Licenciado en Física

Autor

Orna Tiburcio, Diego André

Asesor

Bruna Mercado, Rubén

ORCID: 0000-0002-2125-9615

Jurado

Guzmán Calcina, Carmen Sandra

Lostanau Melgarejo, Marco Jacinto

Mejía Cordero, Bernabé Alonso

Lima - Perú

2024

AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento al profesor Mg. Rubén Bruna Mercado, distinguido docente de la escuela profesional de Física de la Universidad Nacional Federico Villarreal, por su invaluable orientación y apoyo en el desarrollo de este trabajo de Licenciatura. Además, quiero reconocer su dedicación en la transmisión de tendencias científicas relevantes a las nuevas generaciones, y por los gratos recuerdos de aprendizaje en las aulas computacionales, experimentales y de investigación durante mi pregrado. Especialmente, agradezco su generosidad al presentarme los softwares de *Mathematica*, *C++*, *Arduino* y *LabVIEW*, los cuales han sentado las bases de la especialización que actualmente desarrollo.

Asimismo, deseo expresar mi agradecimiento a mis amigos del grupo de GDAFF, así como a los Doctores V. A. G. Rivera y A. T. Rengifo, por su invaluable tiempo y esfuerzo al revisar y compartir sus perspectivas personalmente.

Finalmente, extiendo mi gratitud al profesor M. M. Dória de la UFRJ por su apoyo al compartir la última versión del software necesario para completar los cálculos requeridos para este trabajo.

ÍNDICE

RESUMEN.....	6
ABSTRACT	7
I. INTRODUCCIÓN	8
1.1. Descripción y formulación del problema	9
1.2. Antecedentes	9
1.3. Objetivos	11
<i>1.3.1. Objetivo general</i>	11
<i>1.3.2. Objetivos específicos</i>	11
1.4. Justificación	11
1.5. Hipótesis	12
II. MARCO TEÓRICO	13
2.1. Bases teóricas sobre el tema de investigación	13
<i>2.1.1. Resonancia de Plasmón de Superficie (SPR)</i>	13
<i>2.1.2. Función dieléctrica e índice de refracción complejo</i>	14
<i>2.1.3. Geometría de Kretschmann en el Método de Matriz de Transferencia-MMT</i>	15
<i>2.1.4. Función de reflectancia</i>	18
<i>2.1.5. Ángulo SPR</i>	22
<i>2.1.5. Onda evanescente</i>	24
III. MÉTODO.....	26
3.1. Tipo de Investigación	26
3.2. Variables	26
3.3. Población y muestra	26
3.4. Instrumentos	27
3.5. Procedimientos	27
3.6. Análisis de datos	27

3.7. Programando en <i>Wolfram Mathematica</i>	28
IV. RESULTADOS.....	30
4.1. Comparación con otros autores	30
4.2. Variación de parámetros	33
4.2.1. Variación del espesor	33
4.2.2. Variación de la longitud de onda	35
4.2.3. Variación de la función dieléctrica.....	36
4.2.4. Variación del índice de refracción del dieléctrico	39
4.2.5. Variación del índice de refracción del prisma.....	40
V. DISCUSIÓN DE RESULTADOS	42
5.1. Variación del espesor	42
5.2. Variación de la longitud de onda	43
5.3. Variación de la función dieléctrica	44
5.3.1. Parte real.....	44
5.3.2. Parte imaginaria.....	45
5.4. Variación del índice de refracción del dieléctrico y prisma	45
5.5. Comparativa experimental.....	46
VI. CONCLUSIONES	52
VII. RECOMENDACIONES.....	54
VIII. REFERENCIAS	55
IX. ANEXOS	57

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1	<i>Coordenadas A1 variando el espesor</i>	34
Tabla 2	<i>Coordenadas A1 variando la función dieléctrica $Re\{E_m\}$</i>	37
Tabla 3	<i>Coordenadas del punto A1 variando $Im\{E_m\}$</i>	39
Tabla 4	<i>Resumen de los comportamientos estudiados.</i>	49

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1	<i>Diagrama descriptivo de la configuración de Kretschmann.</i>	15
Figura 2	<i>Propagación de los campos.</i>	16
Figura 3	<i>Partes de una curva SPR.</i>	23
Figura 4	<i>Observación a la propuesta de una longitud de onda.</i>	30
Figura 5	<i>Observación a la característica dieléctrica.</i>	32
Figura 6	<i>SPR variando espesor.</i>	34
Figura 7	<i>Curvas SPR variando longitud de onda.</i>	35
Figura 8	<i>Curvas SPR variando $Re \{E_m\}$</i>	37
Figura 9	<i>Curvas SPR variando $Im \{E_m\}$</i>	38
Figura 10	<i>Curvas SPR variando E_d.</i>	40
Figura 11	<i>Curvas SPR variando E_p.</i>	41
Figura 12	<i>Curvas SPR variando Espesor según Iranzo.</i>	42
Figura 13	<i>Curvas SPR variando longitud del láser según Iranzo.</i>	43
Figura 14	<i>Curvas SPR variando $Re\{E_m\}$ según Cárdenas.</i>	45
Figura 15	Comparativa experimental SPR con muestras de etanol	47
Figura 16	<i>Análisis de curva SPR para dos longitudes de onda.</i>	48

RESUMEN

Se presenta el estudio de la resonancia de plasmones de superficie bajo la configuración de Kretschmann en interrogación angular para el desarrollo del programa para modelar la función de reflectancia, se detalla el fundamento teórico y su posterior derivación. Se estudia el comportamiento de las variables de espesor, longitud de onda, función dieléctrica del metal, e índices de refracción del dieléctrico y prisma, modelado individualmente y cómo afecta el comportamiento individual a la absorción de la luz en la curva de la reflectancia. Se compara el comportamiento obtenido en la reflectancia con resultados teóricos y experimentales multicapa. Finalmente se presenta una tabla relevante que describe el comportamiento individual de cada parámetro y cómo afecta a la función de reflectancia. Estos resultados muestran que el programa trabajado es válido para comprender la influencia de los parámetros en la configuración de Kretschmann y su comparativa experimental muestra su viabilidad para la caracterización óptica.

Palabras clave: resonancia de plasmones de superficie, interrogación angular, Kretschmann, modelo, absorción de luz.

ABSTRACT

The study of surface plasmon resonance under the Kretschmann configuration in angular interrogation is presented for the development of a program to model the reflectance function. The theoretical foundation and its subsequent derivation are detailed. The behavior of variables such as thickness, wavelength, metal dielectric function, and refractive indices of the dielectric and prism is studied individually, along with how each individual behavior affects light absorption in the reflectance curve. The obtained reflectance behavior is compared with theoretical and multilayer experimental results. Finally, a relevant table describing the individual behavior of each parameter and its effect on the reflectance function is presented. These results demonstrate that the developed program is valid for understanding the influence of parameters in the Kretschmann configuration, and its experimental comparison shows its feasibility for optical characterization.

Keywords: surface plasmon resonance, angular interrogation, Kretschmann, model, light absorption.

I. INTRODUCCIÓN

La ciencia ha evolucionado para permitirnos comprender mejor los fenómenos a través del proceso de simulación. La resonancia de plasmón superficial, o SPR, es una técnica que simula la interacción de ondas electromagnéticas a nivel atómico, lo que produce una imagen SPR análoga a las simulaciones por computadora. La interpretación de estos datos simulados permite el desarrollo en una variedad de campos, como la química y la ciencia de los materiales, el desarrollo farmacéutico y nuevas ramas como la nanofotónica (Bronsgema P. , 2007). La interacción de la luz con la materia es un fenómeno ampliamente conocido en materiales comunes, la experiencia más reconocida es la refracción de la luz en el agua para doblar visualmente un lápiz en un vaso y el fenómeno del espejismo. Estos fenómenos son estudiados básicamente bajo el tiempo mínimo de Fermat, sin embargo, cuando la luz interactúa con materiales que poseen un índice de refracción complejo se presentan cambios y propagaciones evanescentes, estas se dan en las interfaces dieléctrico-metal, en un razonamiento que escapan de lo clásico. El fenómeno donde no existe una constancia de las partes absorbidas y transmitidas se denomina resonancia de plasmones de superficie, y sucede cuando una luz monocromática polarizada es absorbida por los electrones de valencia. El haber extendido el índice de refracción de un dominio real a uno complejo para el análisis óptico trajo interesantes aplicaciones actuales como biosensores de proteínas, sistemas de comunicación optoacoplados, hasta sistemas de calibración.

1.1. Descripción y formulación del problema

El estudio de la resonancia de plasmones de superficie (SPR) bajo configuraciones experimentales como la de Kretschmann requiere de condiciones específicas para obtener resultados precisos, tales como el uso de prismas de alto índice de refracción y películas delgadas de materiales conductores. Estas configuraciones presentan desafíos, ya que son costosas y difíciles de implementar en laboratorio, además de que la predicción de la reflectancia bajo diferentes ángulos de incidencia y propiedades ópticas de los materiales involucrados es compleja. Este problema motiva la necesidad de simular computacionalmente el comportamiento de la reflectancia en un sistema óptico de SPR, a fin de predecir su respuesta bajo diversas condiciones experimentales. La simulación computacional permite analizar con mayor precisión las variables experimentales clave, como el ángulo de incidencia, los índices de refracción y el espesor de las películas, lo que facilita el diseño y optimización de futuros experimentos. De esta manera, se podrá modelar la función de reflectancia y verificar su comportamiento mediante interrogación angular, generando un conjunto de curvas para su análisis comparativo con datos experimentales previos.

1.2. Antecedentes

Kretschmann en 1971 realizó estudios analíticos sobre las funciones de reflectancia y transmitancia de un haz monocromático que pasa de un prisma a una película metálica delgada bajo una interrogación angular (Kretschmann, 1971), detallando el comportamiento

de los medios materiales como el índice de refracción, función dieléctrica y espesor (Bronsgerma, 2005). La experiencia de interrogación angular usada en la configuración de Kretschmann consiste en variar el ángulo de incidencia del haz monocromático mientras se observan sus repuestas del haz reflejado y transmitido. Las obtenciones de los patrones pueden ser estudiados como funciones de Reflectancia y Transmitancia respectivamente. Un resultado teórico obtenido por Kretschmann es que bajo cierto ángulo de incidencia no existe conservación de flujo, esto se debe a que los electrones de valencia absorbieron toda la energía del haz incidente generando una penumbra en la función de reflectancia (Berggren, 2007).

Mediante la técnica de reflexión total atenuada (ATR) (Cárdenas, 2012) estudió un haz monocromático conociendo sus patrones de reflectancia y transmitancia mostrando coincidencias con los resultados experimentales. Mientras (Yarlequé, 2015) hizo un estudio de la resonancia de plasmones de superficie en películas de oro con un haz multicromático en incidencia normal, detectando bajo una interrogación espectral la frecuencia a la cual sucede la absorción del haz incidente.

Ambas experiencias para las mediciones de reflectividad se caracterizan por usar la configuración geométrica de Kretschmann por su simplicidad, sensibilidad y relativa facilidad de construcción (Hernando, 2009).

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

Desarrollar un programa en el software *Wolfram Mathematica* para comprender el comportamiento de la función de reflectancia en una experiencia de resonancia de plasmones de superficie.

1.3.2. Objetivos específicos

- Desarrollar el código en el software *Wolfram Mathematica*.
- Predecir la respuesta óptica del sistema en función de diferentes parámetros experimentales, como el ángulo de incidencia y las propiedades ópticas de los materiales involucrados.
- Verificar, mediante la interrogación angular, la reflectancia obtenida.
- Obtener una familia de curvas para modelar la función de reflectancia.
- Realizar una comparación de resultados obtenidos y compararlo con los resultados experimentales de otros autores.

1.4. Justificación

Este trabajo de investigación se enfocará en conocer computacionalmente los efectos que producen las propiedades ópticas, geométricas y físicas de los medios dieléctricos y metálicos sobre películas delgadas en una experiencia de resonancia de plasmones de

superficie bajo interrogación angular en una configuración de Kretschmann. Así, mismo este estudio nos permitirá mostrar los cambios que sufren las ondas evanescentes en cada aporte individual a fin de facilitar y conocer los parámetros que se deben considerar para una experimentación y aplicación como sensores, biosensores (Stefani, 2001), medición del espesor en películas finas (Talledo, 1992), estimación de la función dieléctrica y ancho de pico (Scott J., 2000) brindando la ventaja de simular el comportamiento de los materiales interesados antes de realizar una inversión monetaria, ahorrando tiempo. Explorar la simulación brindando resultados que mejorarán las mediciones.

1.5. Hipótesis

La simulación computacional permitirá predecir con precisión la respuesta óptica del sistema en función de parámetros experimentales, como el ángulo de incidencia y las propiedades ópticas de los materiales, generando una familia de curvas de reflectancia. Además, la interrogación angular aplicada en el modelo permitirá verificar estos resultados, y la comparación con datos experimentales previos confirmará la validez del enfoque utilizado.

II. MARCO TEÓRICO

2.1. Bases teóricas sobre el tema de investigación

2.1.1. Resonancia de Plasmón de Superficie (SPR)

Resonancia de Plasmón de Superficie (SPR) es el término utilizado para describir las oscilaciones coherentes colectivas de los electrones de la banda de conducción que se presentan en los límites superficiales de un material conductor como resultado de las diferentes movilidades de los electrones de la interface, en condiciones específicas, solo se produce si el material conductor está en contacto con un dieléctrico, la densidad de carga debe estar en una oscilación longitudinal justo en la interface. La frecuencia del plasmón de superficie se relaciona con su vector de onda \vec{k}_{sp} que varía de 0 a $\frac{\omega_p}{\sqrt{1+\epsilon_d}}$ (Rengifo, 2013), siendo:

$$\vec{k}_{sp} = \frac{\vec{\omega}}{c} \sqrt{\frac{\epsilon_d \epsilon_m}{\epsilon_d + \epsilon_m}} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{\epsilon_d \epsilon_m}{\epsilon_d + \epsilon_m}} = \vec{k}_0 \sqrt{\frac{\epsilon_d \epsilon_m}{\epsilon_d + \epsilon_m}} \quad (1)$$

Donde ϵ_d y ϵ_m son respectivamente la permitividad eléctrica del dieléctrico y la función dieléctrica del metal, c la rapidez de la luz en el vacío, y λ la longitud de onda de la frecuencia $\vec{\omega}$ (Rengifo, 2013) también menciona que debe notarse que

$$\vec{k}_{sp} > \frac{\vec{\omega}}{c} \quad (2)$$

lo cual significa que los plasmones de superficie tienen vectores de onda mayor que las ondas de luz.

2.1.2. Función dieléctrica e índice de refracción complejo

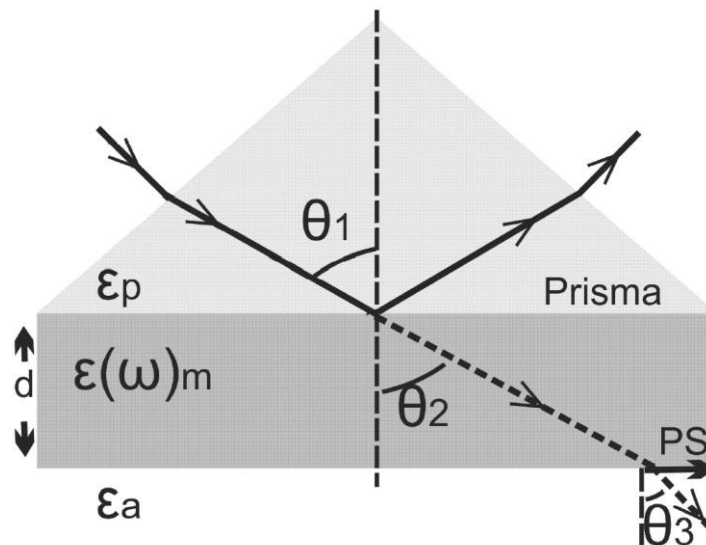
La función dieléctrica $\varepsilon(\omega)$, que también la expresaremos por “Em”, para metales es de naturaleza compleja, con partes reales e imaginarias respectivamente $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_r + i\varepsilon_i$, de manera similar el índice de refracción complejo se describe como $\hat{n} = n - ik$, tal que se relacionan con el coeficiente de absorción, y esta se relaciona con la estructura de bandas del material $\alpha(\omega) = \frac{2k\omega}{c}$, el coeficiente de absorción k indica que tan absorbente es el material estudiado, tal que se puede escribir como una dependencia de la función dieléctrica al solucionar $\sqrt{\varepsilon(\omega)} = \hat{n}$ por

$$k(\omega) = \sqrt{\frac{\varepsilon_r}{2} + \sqrt{\frac{\varepsilon_r^2 + \varepsilon_i^2}{4}}} \quad (3)$$

2.1.3. Geometría de Kretschmann en el Método de Matriz de Transferencia-MMT

Figura 1

Diagrama descriptivo de la configuración de Kretschmann.



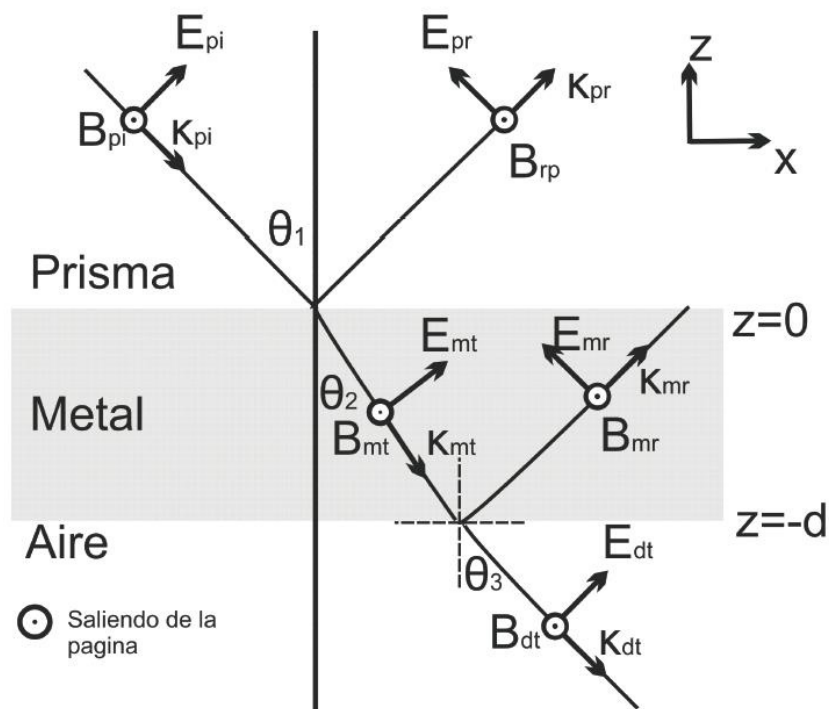
Nota: Se muestra el ángulo incidente sobre el prisma, los rayos reflejados y transmitidos, y los medios estratificados por el cual se propaga el rayo. Adaptado de (Cárdenas, 2012).

La geometría de Kretschmann es una metodología óptima para la excitación de los modos de plasmones de superficie en un sistema dieléctrico-metal-dieléctrico, también existe la configuración de Otto (Otto, 1968) que trabaja en un orden diferentes de estratos, para Kretschmann es necesario conocer los valores de dispersiones electromagnéticas en las interfaces dieléctrico-metal y metal-dieléctrico. El acoplamiento del prisma sirve para

aumentar el impulso de la luz incidente (Otto, 1968) hacia la película delgada, por ello es también conocido como Reflexión Total Atenuada. Para estudiar correctamente la propagación de ondas electromagnéticas en esta geometría, debe aplicarse una polarización Transversal Magnética (TM), también llamada Polarización P.

Figura 2

Propagación de los campos.



Nota: Descomposición vectorial en campos eléctricos y magnéticos de las componentes en ondas incidentes, transmitidas y reflejadas según el medio, se aprecia el aporte de las ondas P y la configuración geométrica en el espacio del sistema trabajado.

Para determinar los porcentajes de onda reflejada y transmitida en cada interface, deben aplicarse las condiciones de frontera aplicando la ley de Snell para cada cambio de interface en la geometría, en la interfase metal-dieléctrico(aire) las condiciones son $\sqrt{E_m} \sin\theta_2 = n_d \sin\theta_3$, y $\sin\theta_3 = n_p \sin\theta_1 / n_d$, se puede comprobar que el índice de refracción de cualquier medio en homogéneo en x, es decir $\frac{\partial n}{\partial x} = 0$, es aquí donde talla el Método Matriz de Transferencia para el sistema óptico o la solución analítica como se detalla en (Rengifo, 2013). El método Matriz de transferencia es un arreglo matricial de 2x2 que constan de matrices dinámicas pertenecientes a un mismo medio, y matrices de propagación que realizan el salto de medio en medio, es decir (Cárdenas, 2012) menciona que si existen amplitudes A'_s y B'_s de entrada y amplitudes A_0 y B_0 de salida:

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A'_s \\ B'_s \end{pmatrix} \quad (4)$$

donde los elementos M_{ij} son los elementos de la matriz de transferencia M:

$$M = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} = D_0^{-1} \left[\prod_{l=1}^N D_l P_l D_l^{-1} \right] D_S \quad (5)$$

donde N es el número de capas, la facilidad del MMT es que se relaciona directamente al caso estudiado según:

$$\begin{pmatrix} E_{ip} \\ E_{rp} \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} E_{td} \\ E_{id} \end{pmatrix} \quad (6)$$

Aquí E_{ip} , E_{rp} , E_{td} , E_{id} son los campos eléctricos incidente en prisma, reflejado de prisma, transmitido por el dieléctrico e incidente por el dieléctrico respectivamente, sin embargo, no existe ninguna onda electromagnética que se propague desde el dieléctrico, la existencia de este término de valor 0 es por simetría en la matriz. Las relaciones de reflectancia y transmitancia del sistema óptico se extraen del arreglo matricial trabajado, recordando los coeficientes de Fresnel (Hecht, 2000).

$$E_{ip} = M_{11}E_{td} \quad (7)$$

$$E_{rp} = M_{21}E_{id} \quad (8)$$

Y las funciones de transmitancia y reflectancia se expresan por

$$R = |r|^2 \quad (9)$$

$$T = \frac{n_a^2 v_3}{n_p^2 v_1} |t|^2 \quad (10)$$

2.1.4. Función de reflectancia

Se puede obtener la expresión para la función de reflectancia de la ecuación (9) equivalente a partir del análisis del campo eléctrico En

$$\mathbf{E}_n = E_n e^{ik_n \cdot r} e^{-i\omega t} \quad (11)$$

El subíndice n identifica el medio en el cual se propaga la onda y k indica el vector de onda correspondiente, ω es la frecuencia y t el tiempo, considerando que el término $\text{Exp}[-i\omega t]$ es el mismo para todos, la expresión para el campo eléctrico sería

$$\mathbf{E}_n = E_n e^{ik_n \cdot r} \quad (12)$$

Aplicando la ecuación (5) a los tres medios (prisma, metal y dieléctrico) y un vector de onda para cada estrato se obtienen los campos eléctricos por cada estrato. Los ángulos θ_2 y θ_3 los podemos obtener a partir de la ley de Snell, con lo cual las expresiones de los campos eléctricos quedan como

$$\mathbf{E}_{pi} = E_{pi} e^{in_p \frac{\omega}{c} (x \sin \theta_1 - z \cos \theta_1)} \quad (13)$$

$$\mathbf{E}_{pr} = E_{pr} e^{in_p \frac{\omega}{c} (x \sin \theta_1 + z \cos \theta_1)} \quad (14)$$

$$\mathbf{E}_{mt} = E_{mt} e^{in_p \frac{\omega}{c} x \sin \theta_1} e^{kz} \quad (15)$$

$$\mathbf{E}_{mr} = E_{mr} e^{in_p \frac{\omega}{c} x \sin \theta_1} e^{-kz} \quad (16)$$

$$\mathbf{E}_{dt} = E_{dt} e^{in_d \frac{\omega}{c} x \sin \theta_1} e^{-\frac{n_d \omega}{c} z \sqrt{n_p^2 \sin^2 \theta_1 - n_d^2}} \quad (17)$$

Las condiciones de fronteras se utilizan para describir cómo se comportan las ondas al pasar a través de diferentes capas de medios con propiedades distintas. Estas condiciones son fundamentales en el problema de propagación de ondas, las condiciones de frontera estarán relacionando la propagación del campo eléctrico con la carga libre del sistema, campo

magnético y la corriente libre de la superficie, supondremos que el metal será macroscópicamente neutro para facilitar los cálculos, por lo que según lo descrito en la Figura 2, podemos afirmar que en la interfase prisma-metal en $z=0$ se cumple vectorialmente que:

$$(\mathbf{E}_{pi} - \mathbf{E}_{pr})\text{Cos}\theta_1 = (\mathbf{E}_{mt} - \mathbf{E}_{mr})\text{Cos}\theta_2 \quad (18)$$

$$n_p(\mathbf{E}_{pi} + \mathbf{E}_{pr}) = \sqrt{\epsilon_m}(\mathbf{E}_{mt} + \mathbf{E}_{mr}) \quad (19)$$

De igual forma para la siguiente interfase metal-aire ubicada en $z=-d$:

$$(\mathbf{E}_{mt} - \mathbf{E}_{mr})\text{Cos}\theta_2 = \mathbf{E}_{dt}\text{Cos}\theta_3 \quad (20)$$

$$\sqrt{\epsilon_m}(\mathbf{E}_{tm} + \mathbf{E}_{mr}) = \mathbf{E}_{dt} \quad (21)$$

Ya definidas las condiciones de contorno en las interfases, se procede a calcular las amplitudes y expresarlas en términos de los coeficientes de Fresnel t_{ij} y r_{ij} , nótese la notación escalar:

$$E_{mt} = E_{pi} \frac{t_{12}}{1 + r_{23}r_{12}e^{-2kd}} \quad (22)$$

$$E_{mr} = E_{pi} \frac{t_{12}r_{23}e^{-2kd}}{1 + r_{23}r_{12}e^{-2kd}} \quad (23)$$

$$E_{pr} = E_{pi} \frac{r_{12} + r_{23}e^{-2kd}}{1 + r_{23}r_{12}e^{-2kd}} \quad (24)$$

$$E_{dt} = E_{pi} \frac{2\sqrt{\epsilon_m} t_{12}\text{Cos}\theta_2 e^{-2kd+g}}{1 + r_{23}r_{12}e^{-2kd}} \quad (25)$$

$$g = \frac{\omega d \sqrt{n^2 \text{Sin}^2 \theta_1 - 1}}{c} \quad (26)$$

Expresando los argumentos solo en función de primero (incidente) y definiendo k como:

$$k = -i \frac{\omega}{c} \sqrt{E_m - n_p^2 \text{Sin}^2 \theta_1} \quad (27)$$

finalmente podemos expresar el vector de onda k_z como:

$$k_z = \frac{2\pi \sqrt{E_p} \text{Sin}(x)}{\lambda} \quad (28)$$

Y en los medios metal, dieléctrico y prisma como:

$$k_{mx} = \sqrt{E_m \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - k_z^2} \quad (29)$$

$$k_{dx} = \sqrt{E_d \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - k_z^2} \quad (30)$$

$$k_{px} = \sqrt{E_p \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - k_z^2} \quad (31)$$

Operando y simplificando en notación:

$$r_{md} = \frac{E_d k_{mx} - E_m k_{dx}}{E_d k_{mx} + E_m k_{dx}} \quad (32)$$

$$r_{md} = \frac{E_m k_{px} - E_p k_{mx}}{E_m k_{px} + E_p k_{mx}} \quad (33)$$

Llegamos al término de Fresnel para la parte reflejada equivalente a la ecuación (9) con la ecuación (34), de la cual obtenemos la función de reflectancia, expresada en la ecuación (35)

$$r = \frac{r_{mp} + r_{md} e^{2ik_{mx}d}}{1 + r_{mp} r_{md} e^{2ik_{mx}d}} \quad (34)$$

$$R = |r|^2 \quad (35)$$

Se aprecia que la función de Reflectancia R es una función de las variables:

- Ángulo: θ_1 .
- Espesor del metal: d.
- Permitividad dieléctrica compleja del metal: $\text{EmR} + i \text{Emi}$.
 - o Parte real: EmR .
 - o Parte compleja: Emi .
- Permitividad dieléctrica: Ed .
- Permitividad del prisma: Ep .
- Longitud de onda del has incidente: λ

2.1.5. *Ángulo SPR*

El ángulo de Resonancia de Plasmones de Superficie se define como el punto en la función de Reflectancia donde su valor es mínimo. Para determinar este ángulo, numéricamente se procede a resolver la derivada respecto al ángulo en una vecindad desde un θ_i hasta un θ_j de la función de Reflectancia como se expresa en la ecuación (36), también puede estimarse con el pico mínimo de la función de reflectancia mediante la siguiente expresión directa de la ecuación (37) también en una vecindad desde un θ_i hasta un θ_j :

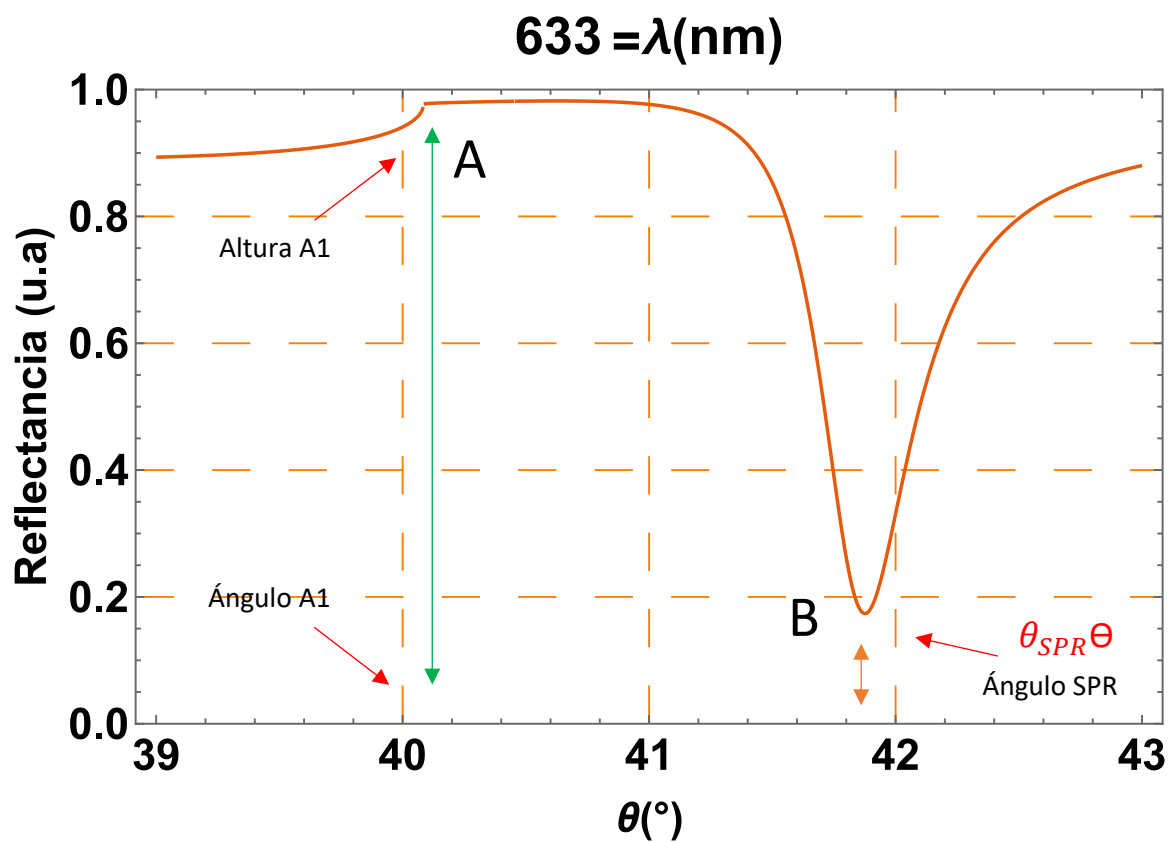
$$\frac{\partial R}{\partial \theta_1} = 0 / \{R, \theta_i, \theta_j\} \quad (36)$$

$$\text{Min}[R], \{R, \theta_i, \theta_j\} \quad (37)$$

Este cálculo se realizó computacionalmente para un conjunto de variables previamente definidas, su expresión analítica es demasiado extensa.

Figura 3

Partes de una curva SPR.



Nota: Posición de los ángulos característicos (A1 y SPR), la posición del ángulo SPR es calculada numéricamente al resolver la ecuación (3). Las variables utilizadas fueron, $d=45$ nm, $E_m=-15.3+0.5i$, $E_d=1$, $E_p=1.553$, $\lambda=633$, $\theta_{SPR}=41.876^\circ$.

2.1.5. Onda evanescente

Es una onda en un campo cercano que presenta un decaimiento exponencial de la intensidad como función de la distancia (Rengifo, 2013), se forma en el límite de dos medios con diferentes índices de refracción real y complejo. La parte imaginaria determina la distancia sobre la cual puede viajar el plasmón a lo largo de una superficie antes de ser atenuado debido a las oscilaciones del metal (Berggren, 2007), se denomina δ_{sp} , esta longitud δ_{sp} se define como una proporción de la inversa imaginaria del vector de onda del Plasmón (Breukela, 2008)

$$\delta_{sp} = \frac{1}{2 \operatorname{Im}(\vec{k}_{sp})} \quad (38)$$

reemplazando por k_x y expresando $\varepsilon_1(\omega)$ y \vec{k}_{sp} en su forma compleja, de modo que para el metal y dieléctrico tenemos:

$$\delta_{metal} = L_{pm} = \frac{1}{\operatorname{Re}(\vec{k}_{zm})} \quad (39)$$

$$\delta_{dielectrico} = L_{pd} = \frac{1}{\operatorname{Re}(\vec{k}_{zd})} \quad (40)$$

Donde L_{pm} y L_{pd} representan las longitudes de penetración en el metal y el dieléctrico, que dependen directamente de los valores de las componentes de la función dieléctrica (Rivera, 2015).

III. MÉTODO

3.1. Tipo de Investigación

La presente investigación tiene un enfoque teórico cuantitativo porque se recopilarán datos numéricos para cada condición modelada. El diseño es de tipo transversal, pues todas las mediciones se realizaron en el mismo contexto temporal, lo cual permite su evaluación bajo condiciones de laboratorio controladas.

3.2. Variables

Variables independientes: Como variables Se tienen las variables de estudio independiente del desplazamiento angular, la longitud de onda de la luz monocromática, los índices de refracción y el espesor de la película.

Variables dependientes: Como variable dependiente los valores de la función de reflectancia.

3.3. Población y muestra

La población de estudio son las variables que se manejarán en la simulación que influyen en la función de reflectancia:

- Espesor de la película metálica.
- Índice de refracción de los medios dieléctricos.
- Índice de refracción complejo de la lámina metálica.
- Estratificaciones formadas.
- Longitud de onda de la luz monocromática incidente.
- Medida del ángulo de luz incidente.

3.4. Instrumentos

El instrumento para la generación de datos simulados será un programa escrito en *Wolfram Mathematica* en una computadora.

3.5. Procedimientos

Se simularán casos de SPR, variando un parámetro de las variables independientes manteniendo el resto como constante, partiendo de como referencia los datos iniciales trabajados por (Cárdenas, 2012). Repitiendo el ciclo para todas las variables, obteniendo una variedad de casos que serán analizados. Posterior a ello se ingresarán condiciones de otros autores en el programa realizado, obteniendo datos adicionales para su posterior uso.

3.6. Análisis de datos

Generados los casos bajo diversas condiciones de las variables independientes, se establecerán relaciones que describan el comportamiento de la función de reflectancia, identificando el aporte del cambio de cada variable independiente. Además, se hará una comparación con los resultados obtenidos por otros autores.

3.7. Programando en *Wolfram Mathematica*

Para llevar a cabo la simulación en el programa *Wolfram Mathematica*, se planteó seguir los siguientes pasos:

- Definición de Parámetros: Se definen los parámetros del sistema, incluyendo los índices de refracción de los materiales, el espesor de las capas, la longitud de onda de la luz incidente, etc.

- Cálculo de Constantes: Se calculan las constantes relevantes para el sistema y las funciones angulares, como los elementos de las matrices desarrolladas en términos de cada medio e interfase, los vectores de onda, el coeficiente de reflexión y su módulo cuadrado.

- Iteración sobre el Ángulo de Incidencia: Se itera sobre un rango de ángulos de incidencia externa, calculando la reflectancia para cada ángulo.

- Visualización de los Resultados: Se grafican los resultados obtenidos, representando la reflectancia en función del ángulo de incidencia.

Se adjunta en Anexo el código para la obtención de cuatro funciones de reflectancia variando el parámetro de la parte imaginaria de la función dieléctrica y las funciones para la estimación numérica de los ángulos SPR, A_1 , y de los valores de reflectancia de los mismos puntos. A continuación, se presentan los resultados.

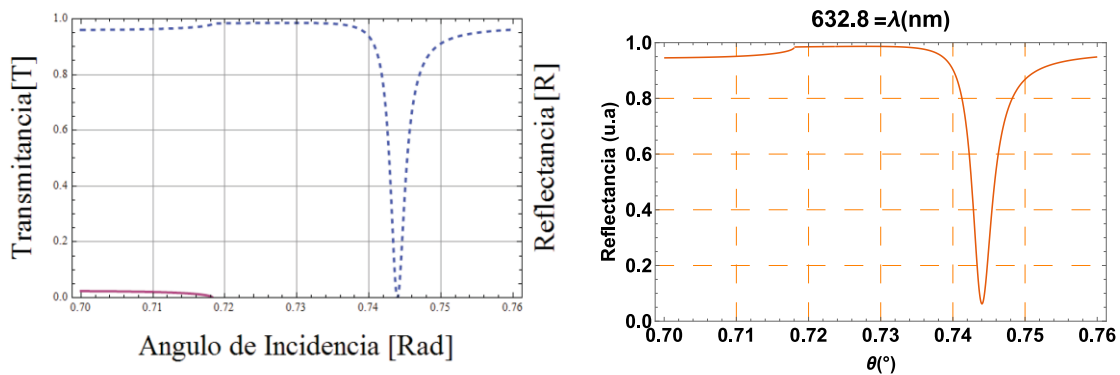
IV. RESULTADOS

Los resultados obtenidos en este trabajo se presentarán al lado derecho en las comparaciones, un ejemplo obtenido se presenta en la Figura (3)

4.1. Comparación con otros autores

Figura 4

Observación a la propuesta de una longitud de onda.



El autor (Cárdenas, 2012) afirma que “En las dos gráficas se muestra el comportamiento de las funciones de reflectancia (Azul y Punteada) y la transmitancia (Roja y continua). Los parámetros utilizados para realizar esta gráfica fueron, $n_p = 1,52$, $\epsilon_m = -18,3 + 0,4i$, $n_a = 1,00$ y $\lambda = 6328 * 10^{-7}m$.”

Parámetros usados:

$$d=50 \text{ nm}$$

$$\epsilon_m = -18.3 + i 0.4 \text{ (*Metal*)}$$

$$\epsilon_d = 1^2 \text{ (*Dieléctrico*)}$$

$$\epsilon_p = 1.52^2 \text{ (*Prisma, } \epsilon_p \text{ al cuadrado*)}$$

$$\lambda = 632.80 \text{ nm}$$

$$\theta_{SPR} = 0.7440 \text{ Rad}$$

Nota: Comparación con el resultado de la función de reflectancia, se detalla un error de transcripción en la longitud de onda corregido a 632.8 nm.

La primera función de reflectancia obtenida se trabajó con los parámetros propuestos por (Cárdenas, 2012) para una simulación estratificada, obteniendo su gráfico de la función de reflectancia a partir de la matriz de transferencia, los parámetros fueron: índice de refracción del prisma de 1.52, función dieléctrica de $-18.3+0.4i$, índice de refracción del dieléctrico(aire) de 1 y una longitud de onda de 6328.10^{-7} m.

Para obtener la gráfica de la derecha en la Figura (4), de este trabajo, se usaron los mismos parámetros, a excepción de la longitud de onda, con un valor de 632.80 nm, se aprecia que con esa corrección las gráficas poseen buena similitud en el intervalo mostrado entre 0.7 rad y 0.76 rad.

La segunda función de reflectancia obtenida se trabajó con los parámetros propuestos por (Homola, 2006) descrita por (Yarlequé, 2015) para una simulación estratificada bajo una configuración de Kreschtmann, obteniendo su gráfico de la función de reflectancia a partir del coeficiente de Fresnel reflejado, los parámetros fueron: índice de refracción del prisma de 1.51, función dieléctrica de $-25+1.44i$, índice de refracción del dieléctrico(aire) de 1.51 y una longitud de onda de 800 nm.

Figura 5

Observación a la característica dieléctrica.

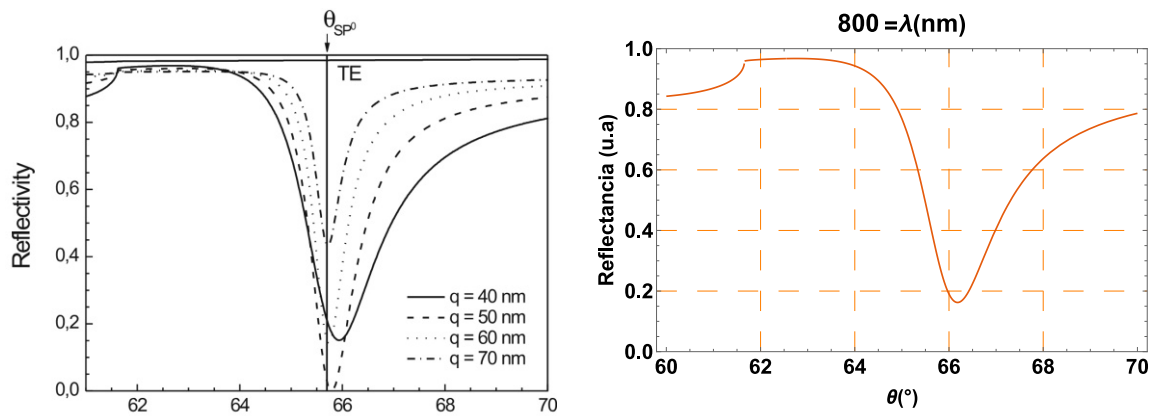


Gráfico de la función de reflectancia. Según (Yarlequé, 2015), “Fig. 1. 18 Reflectividad y fase de la luz reflejada en función de la longitud de onda para cuatro espesores distintos de película delgada y polarización TM. Configuración, vidrio BK7 ($n_p=1.51$), película de oro ($\epsilon_m=-25+1.44i$), agua ($n_d=1.51$), ángulo de incidencia= 66° . Se muestra reflectividad y fase para polarización TE (líneas planas) como comparación [24]”

Parámetros usados:
 $d=40 \text{ nm}$
 $\epsilon_m=-25+1.44 (*\text{Metal}*)$
 $\epsilon_d=1.329^2 (*\text{Dieléctrico } 1.75*)$
 $\epsilon_p=1.51^2 (*\text{Prisma, } \epsilon_p = 1.51^2*)$
 $\lambda=800 \text{ nm}$
 $\theta_{SPR} = 66.182^{\circ}$

Nota: Comparación con el resultado de la función de reflectancia, se detalla un error de transcripción en el índice de refracción del agua, corregido a $n_d=\epsilon_d=1.329$ obtenido de la referencia 24 de Yarlequé, se cita en (Homola, 2006).

Para obtener la gráfica de la derecha en la Figura (5), de este trabajo, se usaron los mismos parámetros, a excepción del índice de refracción del agua, que según su fuente original es de 1.329, se aprecia que con esa corrección las gráficas poseen buena similitud en el intervalo mostrado entre 61° y 70° rad.

4.2. Variación de parámetros

En la presente sección se mostrarán los resultados que se obtienen al variar una variable manteniendo constante las otras.

4.2.1. Variación del espesor

La Figura (6) muestra el comportamiento de la función de reflectancia para los parámetros fijos de función dieléctrica $-15.3+0.5i$, índice de refracción del dieléctrico igual a 1, índice de refracción del prisma de 1.553, longitud de onda incidente de 633 nm y el parámetro variable del espesor de la película metálica entre el prisma y el dieléctrico.

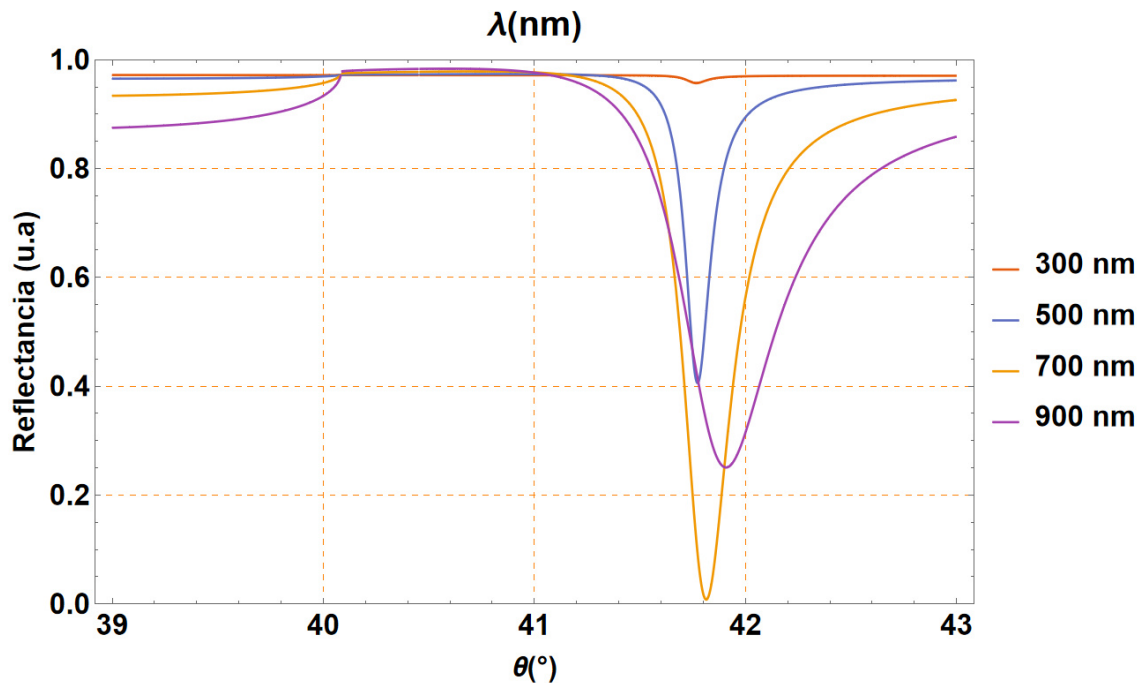
Nota: Datos obtenidos del programa elaborado para la medida angular y altura de los puntos A1 para espesores de 20 nm, 40 nm, 60 nm y 80 nm.

4.2.2. Variación de la longitud de onda

La Figura (7) muestra el comportamiento de la función de reflectancia para los parámetros fijos de función dieléctrica $-15.3+0.5i$, espesor de la película de 60 nm, índice de refracción del dieléctrico igual a 1, índice de refracción del prisma de 1.553. El parámetro variado es la longitud de onda incidente en 300nm, 500nm, 700nm y 900 nm.

Figura 7

Curvas SPR variando longitud de onda.



Notas: Comportamiento de la función de reflectancia para longitudes de onda de 300nm, 500 nm, 700 nm y 900 nm.

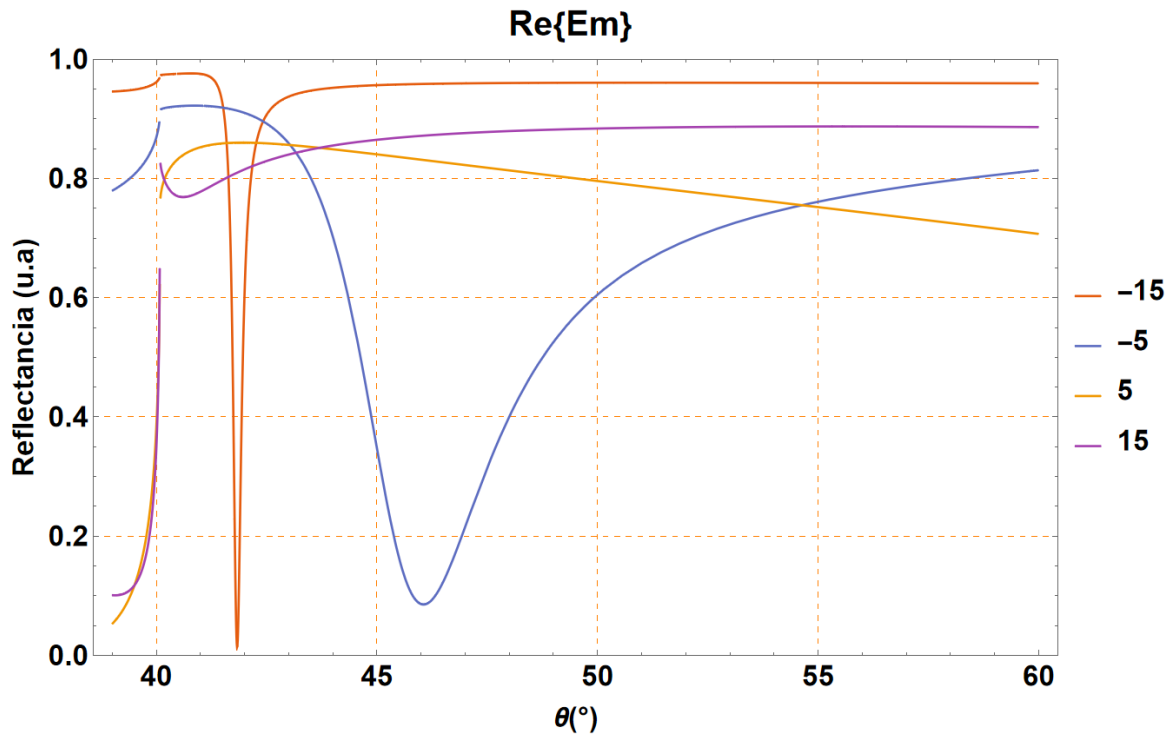
4.2.3. Variación de la función dieléctrica

Parte Real

La Figura (8) muestra el comportamiento de la función de reflectancia para los parámetros fijos de función dieléctrica parte compleja igual a $0.5i$, espesor de la película de 60 nm, índice de refracción del dieléctrico igual a 1, índice de refracción del prisma de 1.553, longitud de onda de 633 nm. El parámetro variado es la parte real de la función dieléctrica con los valores de -15, -5, 5 y 15.

Figura 8

Curvas SPR variando $Re\{E_m\}$



Nota: Comportamiento de la función de reflectancia variando la parte real de la función dieléctrica

Tabla 2

Coordenadas A1 variando la función dieléctrica $Re\{E_m\}$

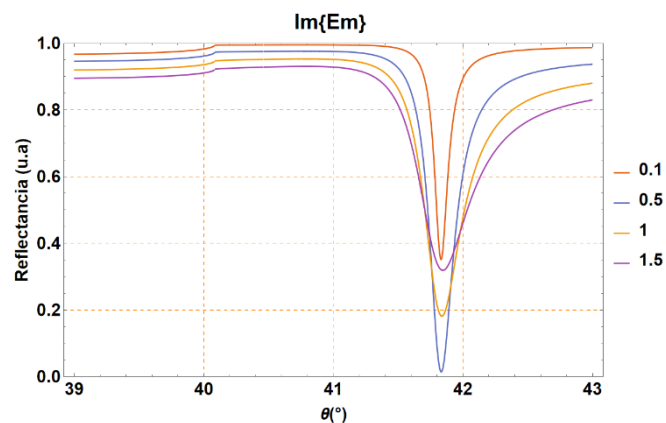
$Re\{E_m\}$	Ángulo A1(°)	Altura A1 (u.a)
-15	40.7922	0.976183
-5	40.8635	0.922121
5	Sin pico A1	
15	40.0959	0.823141

Nota: Datos de la posición del ángulo $A1(^{\circ})$ descrita en la Figura (3) y de su altura en (u.a) para la parte real de la función dieléctrica

Parte Imaginaria

Figura 9

Curvas SPR variando $Im\{E_m\}$



Nota: Gráfico de la función de reflectancia en dependiente de la función dieléctrica, manteniendo la parte real constante y variando la parte compleja.

La Figura (9) muestra el comportamiento de la función de reflectancia para los parámetros fijos de función dieléctrica parte real igual a -15, espesor de la película de 60 nm, índice de refracción del dieléctrico igual a 1, índice de refracción del prisma de 1.553,

longitud de onda de 633 nm. El parámetro variado es la parte imaginaria de la función dieléctrica con los valores de 0.1, 0.5, 1 y 1.5.

Tabla 3

Coordenadas del punto A1 variando $Im\{E_m\}$

Parte imaginaria de la función dieléctrica $Im\{\epsilon_m\}$	Ángulo SPR (°)	Altura SPR (u.a)	Ángulo A1 (°)	Altura A1 (u.a)
0.1	41.8311	0.351245	40.7921	0.995189
0.5	41.8326	0.0141034	40.7922	0.976183
1.0	41.8372	0.181266	40.7925	0.95299
1.5	41.8451	0.318627	40.7929	0.93046

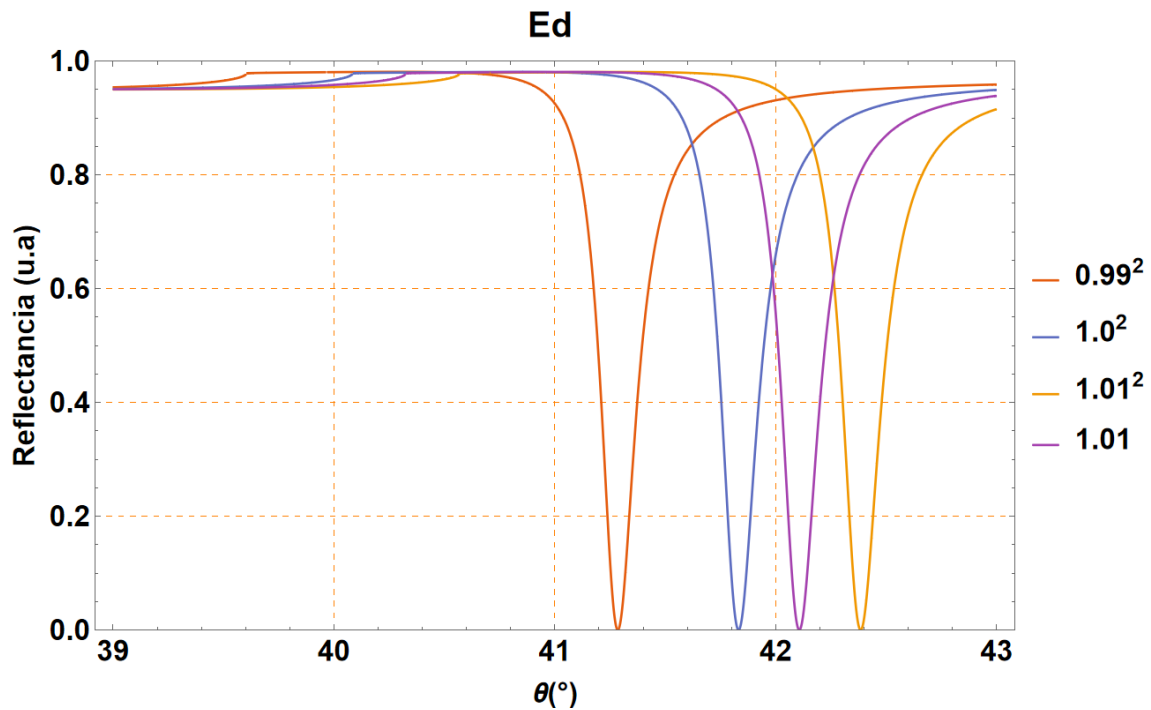
Nota: Datos obtenidos del punto SPR y A1 para diferentes valores de la parte imaginaria de la función dieléctrica,

4.2.4. Variación del índice de refracción del dieléctrico

La Figura (10) muestra el comportamiento de la función de reflectancia para los parámetros fijos de función dieléctrica igual a $-15+0.4i$, espesor de la película de 60 nm, índice de refracción del prisma de 1.553, longitud de onda de 633 nm. El parámetro variado es el índice de refracción del dieléctrico en los valores de 0.99^2 , 1.0^2 , 1.01^2 y 1.01

Figura 10

Curvas SPR variando E_d .



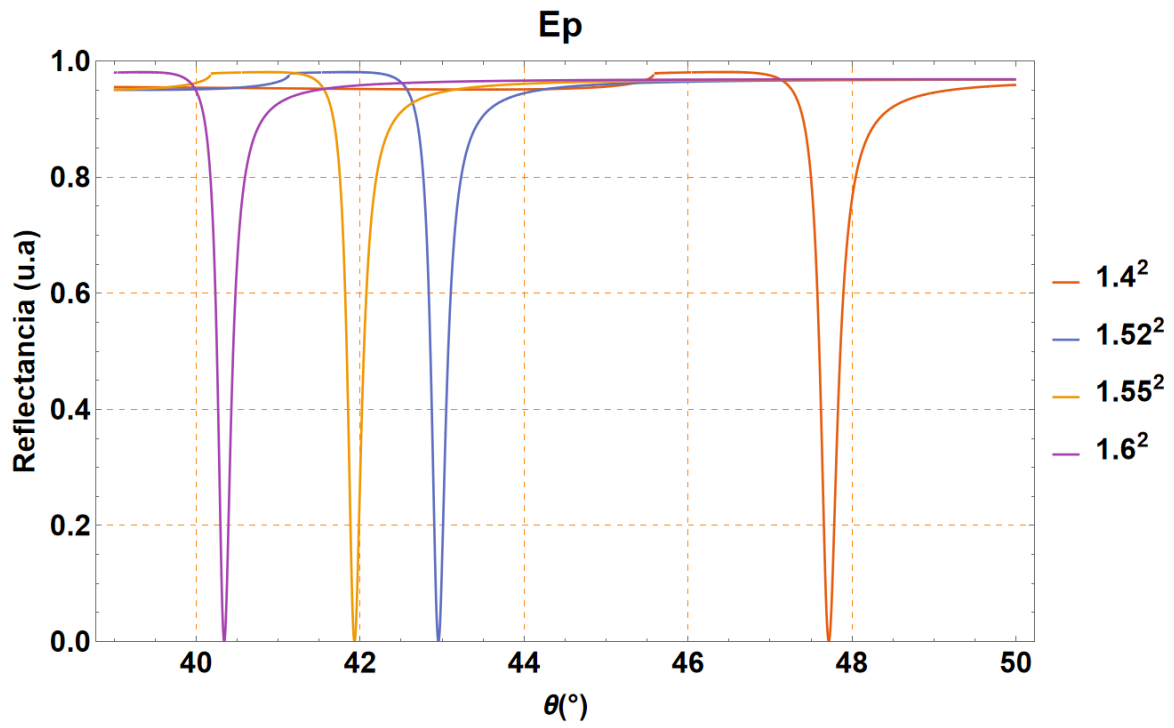
Nota: Gráficos de las funciones de reflectancia obtenidos variando el parámetro del índice de refracción del medio dieléctrico.

4.2.5. Variación del índice de refracción del prisma

La Figura (11) muestra el comportamiento de la función de reflectancia para los parámetros fijos de función dieléctrica igual a $-15+0.4i$, espesor de la película de 60 nm, índice de refracción del dieléctrico igual a 1.0, longitud de onda de 633 nm. El parámetro variado es el índice del prisma en los valores de 1.4^2 , 1.52^2 , 1.55^2 y 1.6^2 .

Figura 11

Curvas SPR variando E_p .



Nota: Gráficos de las funciones de reflectancia obtenidos variando el parámetro del índice de refracción del prisma.

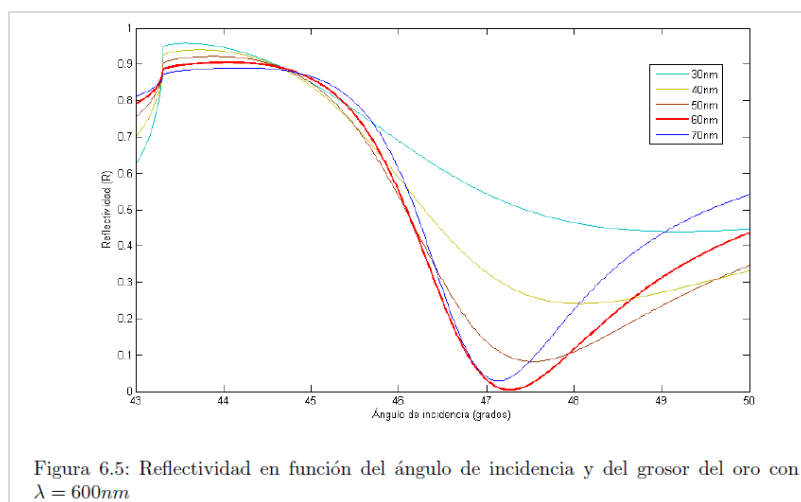
V. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

A continuación, se presentan las discusiones respecto a otros autores sobre las funciones de reflectancia obtenidas bajo diferentes condiciones paramétricas y las discusiones sobre los resultados obtenidos.

5.1. Variación del espesor

Figura 12

Curvas SPR variando Espesor según Iranzo.

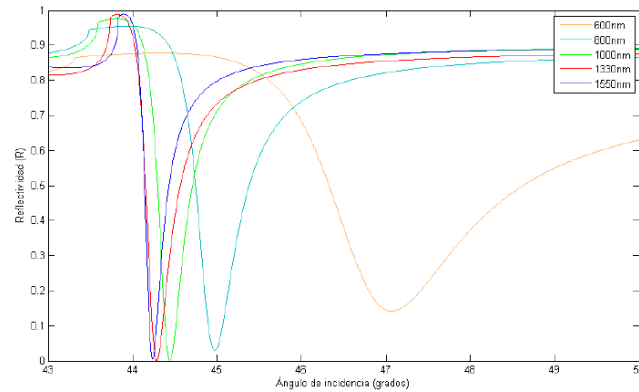


Nota: Referencia del comportamiento de la función de reflectancia, adaptado de (Iranzo, 2016).

El autor (Iranzo, 2016) estudia el comportamiento de la función de reflectancia al variar el espesor del filme manteniendo los otros parámetros constantes, al compararlo con el comportamiento obtenido en la Figura (6) ambas muestran que, cuando el espesor es relativamente ancho, la función de reflectancia se ensancha alrededor del ángulo SPR, y

Figura 13

Curvas SPR variando longitud del láser según Iranzo.



Nota: Comportamiento de la función dieléctrica al variar la longitud del láser usado.

Adaptado de (Iranzo, 2016)

mientras el ángulo se va haciendo más delgado, la función de reflectancia se estira hacia un mayor ángulo y la absorción de luz es menor, esto se aprecia por la altura. Durante la evolución del espesor, el ángulo A_1 , detallado en la Figura (3) varía mínimamente como se describe en la tabla (2.2.1.1). La altura, medida en $|r|^2$ (u.a) es mayor cuando el espesor es relativamente delgado, y dicha altura será menor cuando el espesor sea mayor. Los resultados son compatibles con los obtenidos en 4.2.1 y la Figura (6).

5.2. Variación de la longitud de onda

El autor (Iranzo, 2016) estudia el comportamiento de la función de reflectancia al variar la longitud de onda del láser manteniendo los otros parámetros constantes, al compararlo con el comportamiento obtenido en la Figura (7) ambas muestran que, cuando la longitud de onda, es próxima al azul, la función de reflectancia se estira en el eje horizontal,

y mientras el láser es próxima al rojo, la función de reflectancia se ensancha, definiendo vecindad más notoria para el ángulo SPR. Durante la evolución de la longitud de onda, el ángulo SPR y A_1 no se mantienen constantes ni próximos.

Experimentalmente, es beneficioso conocer la respuesta ante una longitud de onda, puesto que los laboratorios disponen de fuentes de longitud de onda constante. Mientras si se dispone de una lámpara en un amplio intervalo, puede obtenerse una reflectancia específica, como se muestra en la Figura (13).

5.3. Variación de la función dieléctrica

5.3.1. Parte real

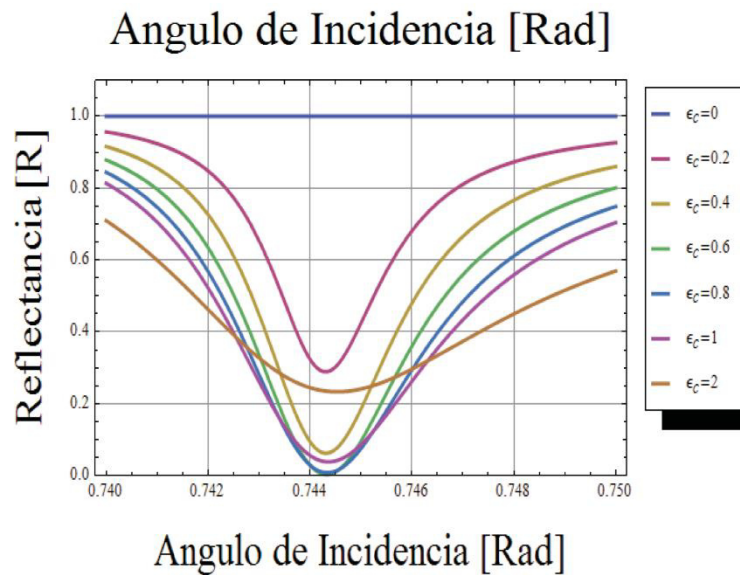
Los resultados mostrados en la Figura (8) ilustra el comportamiento del aporte de la parte real de la función dieléctrica. La característica principal es el desplazamiento horizontal del ángulo SPR para un incremento en 10 unidades, y de una variación mínima del ángulo A_1 , tal como se describe en la tabla (8).

5.3.2. Parte imaginaria

Al comparar lo obtenido en la Figura (8), se aprecia el aporte de la parte imaginaria

Figura 14

Curvas SPR variando $Re\{E_m\}$ según Cárdenas.



Nota: Comportamiento de la función de reflectancia varían el parámetro de la parte real de la función dieléctrica de 0 a 2 con paso de 0.2. Adaptado de (Cárdenas, 2012).

de la función dieléctrica, la cual es describir la capacidad del metal para responder al campo electromagnético.

5.4. Variación del índice de refracción del dieléctrico y prisma

La relación entre los índices de refracción en la interfaz dieléctrico-prisma debe ser tal que, al pasar del dieléctrico al prisma y producirse un cambio en el índice de refracción, se maximice el impulso para mejorar la señal SPR. Cuanto mayor sea la diferencia entre estos índices de refracción, mejor será la respuesta y sensibilidad.

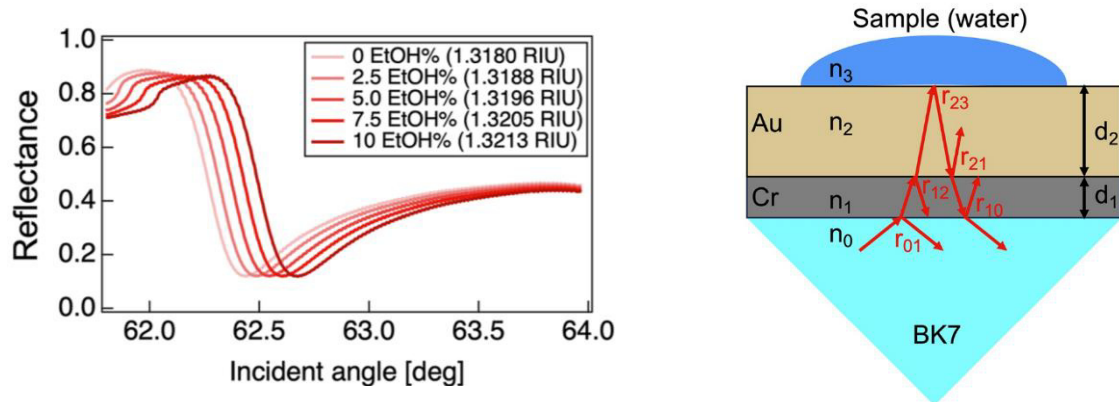
5.5. Comparativa experimental

Se realizó el estudio experimental (Koresawa, 2023) de la función de reflectancia como respuesta a la concentración de del compuesto EtOH%, se observó que al aumentar la concentración de EtOH en la muestra, la reflectancia en el sistema SPR experimenta cambios característicos. En el estudio, se realizó una medición de la reflectancia angular SPR en función de diferentes concentraciones de EtOH en la muestra de agua/etanol 4. Estos cambios en la reflectancia angular SPR están directamente relacionados con la variación en el índice de refracción del medio debido a la presencia de EtOH. Se utilizó la técnica de reflectancia angular SPR para medir la reflectancia a ángulos fijos específicos en el espectro angular SPR, lo que permitió analizar de manera más detallada la relación entre la reflectancia y la concentración de EtOH en la muestra. Esta técnica proporcionó información sobre cómo la reflectancia en ángulos específicos se ve afectada por cambios en la concentración de EtOH, lo que a su vez permite estimar la concentración de EtOH en la muestra a partir de las mediciones de reflectancia.

Después de presentar los resultados en el capítulo IV, la relación que se propone es que la propiedad que debe mudar con mayor notoriedad es índice de refracción del medio dieléctrico, otros parámetros de similar comportamiento como el cambio de índice de refracción del prisma o la función dieléctrica no pueden ser consideradas por ser parámetros fijos descritos en Figura (5.6.1) que no se modifican al variar la concentración de la muestra.

Figura 15

Comparativa experimental SPR con muestras de etanol.

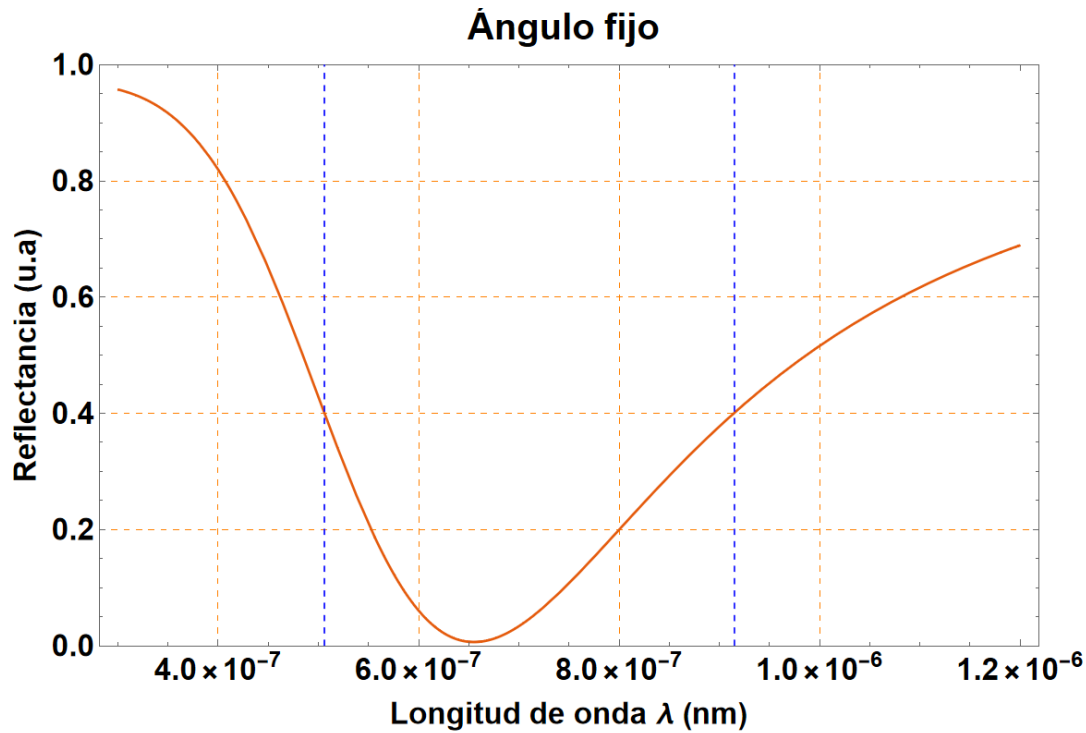


Nota: Izquierda: Variación de la función de reflectancia experimental estudiada por (Koresawa, 2023) para diferentes concentraciones de EtOH. Derecha: Modelo óptico bajo la configuración de Kretschmann para estudiar las funciones de reflectancia.

En la Figura (16) se presenta la posibilidad de obtener el mismo valor de la función de reflectancia (curva naranja) al mudar el parámetro de la longitud de onda para un ángulo fijo entre dos valores (líneas azules), esto permite manipular en un ensayo experimental la cantidad de energía que incide sobre la muestra.

Figura 16

Análisis de curva SPR para dos longitudes de onda.



Nota: Respuesta de la función de reflectancia respecto a la longitud de onda desde 400 nm a 1200 nm. Las líneas verticales azules indican mismos valores de reflectancia. Parámetros usados: Espesor de 60 nm, función dieléctrica $-15+0.5i$, índice de refracción del dieléctrico 1, índice de refracción del prisma de 1.553, ángulo SPR fijo de 42.83° .

En la Tabla 6.1 se presentan los resultados obtenidos de la simulación de la función de reflectancia para diversas configuraciones de ángulo de incidencia y diferentes parámetros ópticos de los materiales. Estos datos son representativos de las variaciones en la reflectancia cuando se modifican las propiedades dieléctricas y el espesor de la película metálica, así como el índice de refracción de los materiales involucrados. La información contenida en la

tabla permite observar cómo la reflectancia y el ángulo de resonancia varían en función de cada parámetro. Las descripciones reflejadas en la tabla han sido obtenidas mediante el programa desarrollado en *Wolfram Mathematica*, lo que facilita el análisis comparativo con estudios experimentales previos.

Tabla 4

Resumen de los comportamientos estudiados.

Parámetro	Comportamiento	Punto A1(°)	Punto SPR
Espesor “d”	Incremento	Cambio mínimo en la posición.	Hasta un espesor de 60 nm favorece la absorción de luz, mayor a 60 nm disminuye la absorción
	Disminución		Incremento significativo del ángulo SPR.
Longitud de onda “λ”	Incremento	Cambio mínimo en la posición	Hasta una longitud de onda de 700 nm favorece la absorción de luz, superado esto, disminuye esta capacidad y el ángulo se incrementa
	Disminución		Incremento de la reflectancia, el ángulo se mantiene estable.
	Incremento	Punto metaestable	Desvanecimiento del ángulo SPR

Función dieléctrica (Parte Real)	Disminución	Altura con tendencia a la normalización	Mayor definición del ángulo, favorece a la absorción de la luz.
Función dieléctrica (Parte Compleja)	Incremento	Ángulo estable, la altura se aleja de la unidad.	Para un ángulo estable, favorece la absorción de luz hasta un valor de 1, superado la absorción disminuye.
	Disminución	Ángulo estable, incremento de la altura próxima a la unidad.	Para un ángulo estable, disminuye la absorción de la luz.
Índice de refracción del dieléctrico	Incremento	Incremento del ángulo, altura estable.	Incremento del ángulo, altura estable.
	Disminución	Disminución del ángulo, altura estable.	Disminución del ángulo, altura estable.
Índice de refracción del prisma.	Incremento	Disminución del ángulo, altura estable.	Disminución del ángulo, altura estable.
	Disminución	Incremento del ángulo, altura estable.	Incremento del ángulo, altura estable.

Nota: Comportamiento de los parámetros estudiados y su relación con la función de reflectancia.

VI. CONCLUSIONES

6.1. El código fue desarrollado exitosamente en *Wolfram Mathematica*, permitiendo la simulación de la función de reflectancia para sistemas de resonancia de plasmones de superficie (SPR). Este código facilita el análisis detallado de las propiedades ópticas del sistema bajo diferentes configuraciones experimentales.

6.2. La simulación demostró ser efectiva en la predicción de la respuesta óptica del sistema, mostrando cómo variables como el ángulo de incidencia, el índice de refracción de los materiales y el espesor de la película metálica influyen en la reflectancia. Esto permite ajustar los parámetros experimentales para optimizar la configuración de SPR en estudios futuros.

6.3. La interrogación angular aplicada en el modelo confirmó la validez de las simulaciones, permitiendo verificar que la reflectancia simulada se ajusta a los comportamientos teóricos esperados. Los ángulos críticos y de resonancia predichos fueron consistentes con los valores calculados teóricamente.

6.4. Se generó con éxito una familia de curvas que modelan la función de reflectancia bajo diferentes configuraciones de parámetros experimentales. Estas curvas ofrecen una representación clara del comportamiento óptico del sistema, facilitando el análisis y comparación con estudios previos.

6.5. Los resultados simulados fueron comparados con datos experimentales reportados por otros autores, mostrando una fuerte concordancia en las curvas de reflectancia. Esto valida el enfoque utilizado en la simulación, confirmando que los modelos teóricos aplicados son robustos y útiles para estudios experimentales en el área de resonancia de plasmones de superficie.

VII. RECOMENDACIONES

7.1. Se sugiere optimizar los parámetros de la configuración de Kretschmann, como el ángulo de incidencia y el espesor de la capa metálica, para aumentar la sensibilidad del sensor de resonancia de plasmones de superficie (SPR) para estudios específicos.

7.2. Se recomienda investigar y utilizar diferentes valores de índice de refracción para materiales para la capa metálica y el dieléctrico, que puedan ofrecer mejores propiedades de resonancia y mayor durabilidad en situación experimental.

7.3. Fomentar la creación de aplicaciones personalizadas del sensor SPR en diversos campos como la biomedicina, la detección de contaminantes y la industria alimentaria, para demostrar su versatilidad y eficacia.

7.4. Investigar la posibilidad de combinar el sensor SPR con otras técnicas de detección óptica para mejorar su rendimiento y expandir su rango de aplicaciones.

VIII. REFERENCIAS

- Berggren, J. (2007). Optical absorption in lithiated tungsten oxide thin films: Experimental and theory. *Journal and applied physics*, 102.
- Breukela, B. (2008). Long-range surface plasmon-polariton mode cutoof and radiation in slab waveguides. *Journal Optical Society American*, 1971-1977.
- Bronsgerma, J. (2005). Dielectric waveguide model for guided surface polaritons. *Optical letters*, 1473-1474.
- Bronsgerma, P. (2007). Surface plasmon nanophotonics. *Springer*, 324,328. Dordrecht, Netherlands.
- Cárdenas, M. (2012). Estudio de las funciones de reflectancia y transmitancia en la generación de plasmones superficiales(SPR) bajo la configuración de Krestchmann, utilizando el Método de Matriz de Transferencia(MMT). [Tesis de pregrado]. *Universidad Nacional de Colombia*, <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/20936>.
- Hecht, E. (2000). *Óptica*. Madrid: Addisson Wesley Iberoamericana.
- Hernando, A. (2009). Análisis teórico experimental de un plasmón superficial. [Tesis de pregrado]. *Universidad Nacional de Santander*, <https://noesis.uis.edu.co/items/a9d3a797-99f6-432c-9a3c-18a15ef3bb6d>.
- Homola, J. (2006). *Surface Plasmon Resonance Based Sensors*. Berlin: Springer.
- Iranzo, P. (2016). *Sensor de resonancia de plasmones de superficie en óptica integrada*. [Tesis de maestría]. <https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/80490/IRANZO%20-%20Sensor%20de%20resonancia%20de%20plasmones%20de%20superficie%20en%20%C3%B3ptica%20integrada.pdf>: Universidad Politécnica de Valencia.
- Koresawa, H. (2023). *Real-time hybrid angular-interrogation surface plasmon resonance sensor in the near-infrared region for wide dynamic range refractive index sensing*. <https://www.nature.com/articles/s41598-023-42873-w.pdf>: Scientific reports.
- Krestchmann, E. (1971). Die Bestimmung optischer Konstanten von Metallen. *Z. Physik*, 313-324.
- Otto, A. (1968). Excitation of Nonradiative Surface Plasma Waves in Silver by the Method of Frustrated Total Reflection,. *Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei*, 398-410.

- Rengifo, M. (2013). Resonancia de Plasmones localizados en Nanopartículas metálicas. [Tesis de pregrado]. *Universidad Nacional de Trujillo*, <https://dspace.unitru.edu.pe/items/d161ee64-6f77-42cb-877f-c8239c8a7f19>.
- Rivera, S. (2015). *Collective Plasmon-Modes in Gain Media. Quantum Emitters and Plasmonic Nanostructures, Chapter: Quantum Aspects of Light-Matter Interaction*. Sao Paulo: 32.
- Scott J., G. B. (2000). Ionic Wiedemann–Franz law. *Applied Physics Letters*, 77,2599.
- Stefani, F. (2001). Técnicas basadas en la resonancia de plasmones superficiales. Detección y estudio de reacciones de hibridización de ADN en superficies. *Revista de la Universidad Nacional de General de San Martín, Comisión Nacional de Energía Atómica*.
- Talledo, A. (1992). *Películas delgadas basadas en pentóxido de vanadio: Caracterización óptica, estructural y electrofísica (aplicación a dispositivos electroquímicos y microbaterías)*. [Tesis de doctorado]. <https://www.google.com/search?q=Talledo%2C+A.+%281992%29.+Pel%3%ADculas+delgadas+basadas+en+pent%3%B3xido+de+vanadio%3A+Caracterizaci%3%B3n+%3%B3ptica%2C+estructural+y+electrof%3%ADsica%28aplicaci%3%B3n+a+dispositivos+electroqu%3%ADmicos+y+Rub%3%A9n+%3Bmicrobater%3%29:+Tesis+para+optar+grado+de+Doctor.>
- Vilchez, P. (2021). Matemática discreta con apoyo de software. *Alpha Editorial*, 64-75.
- Yarlequé, M. A. (2015). Resonancia de plasmones de superficie (SPR) en películas delgadas de oro y plata detectadas por interrogación de longitud de onda. [Tesis de maestría]. *Pontificia Universidad Católica del Perú*, <https://repositorio.pucp.edu.pe/items/b3442715-9f79-4edf-9c01-4ad17977c29a>.

IX. ANEXOS

Programa en *Mathematica* para el estudio de la función de Reflectancia para los parámetros de la parte imaginaria de la función dieléctrica

```
(*Variación de la parte Imaginaria: Im{Em}*)
Clear["Global`*"]
Emi =.; (*Declaración de Emr como una variable*)
d = 60*10^-9;(*Espesor del film*)
Em = -15 + I Emi;(*Metal*)
Ed = 1^2;(*Dieléctrico*)
Ep = 1.553^2;(*Prisma, Ep al cuadrado 1.51^2*)
l = 633;(*longitud de onda del láser nm*)
\[\Lambda] = 1*10^-9;(*Longitud de onda del láser en metros*)

kz[x_] := (Sin[x Degree]*2*\[Pi]*Sqrt[Ep])^\[\Lambda];
kmx[x_] := Sqrt[Em*(2*\[Pi]^\[\Lambda])^2 - kz[x]^2];
kdx[x_] := Sqrt[Ed*(2*\[Pi]^\[\Lambda])^2 - kz[x]^2];
kpx[x_] := Sqrt[Ep*(2*\[Pi]^\[\Lambda])^2 - kz[x]^2];
rmd[x_] := (Ed*kmx[x] - Em*kdx[x])/(Ed*kmx[x] + Em*kdx[x]);
rpm[x_] := (Em*kpx[x] - Ep*kmx[x])/(Em*kpx[x] + Ep*kmx[x]);
rpmd[x_] := (rpm[x] + rmd[x]*E^(2 I*kmx[x]*d))/(1 +
  rpm[x]*rmd[x]*E^(2 I*kmx[x]*d));

R1 = Abs[rpmd[x]]^2 /. Emi -> 0.1;(*Mostramos 4 casos de R para diferente Emi*)
```

```

R2 = Abs[rpmd[x]]^2 /. Emi -> 0.5;
R3 = Abs[rpmd[x]]^2 /. Emi -> 1;
R4 = Abs[rpmd[x]]^2 /. Emi -> 1.5;

Plot[{R1, R2, R3, R4}, {x, 39, 43}, PlotRange -> {0, 1},
PlotTheme -> "Scientific",
FrameLabel -> {Style["\[Theta](°)", 20],
Style["Reflectancia (u.a)", 20]},
LabelStyle -> Directive[Black, Bold, FontSize -> 20],
GridLines -> Automatic, GridLinesStyle -> Directive[Orange, Dashed],
PlotLabel -> Row[{"Im{Em} "}],
PlotLegends -> {"0.1", "0.5", "1", "1.5"}>(*Los mostramos en un gráfico*)

Print["Ángulo SPR y valor de Reflectancia en cada caso: "]
angulo = FindMinimum[{R1, 41 <= x <= 43}, {x, 41}]
ang = angulo[[2, 1, 2]]
angulo = FindMinimum[{R2, 41 <= x <= 43}, {x, 41}]
ang = angulo[[2, 1, 2]]
angulo = FindMinimum[{R3, 41 <= x <= 43}, {x, 41}]
ang = angulo[[2, 1, 2]]
angulo = FindMinimum[{R4, 41 <= x <= 43}, {x, 41}]
ang = angulo[[2, 1, 2]]

```

```
Print["Los valores máximos en A1: "]  
angulo = FindMaximum[{R1, 40 <= x <= 41}, {x, 40}]  
ang = angulo[[2, 1, 2]]  
angulo = FindMaximum[{R2, 40 <= x <= 41}, {x, 40}]  
ang = angulo[[2, 1, 2]]  
angulo = FindMaximum[{R3, 40 <= x <= 41}, {x, 40}]  
ang = angulo[[2, 1, 2]]  
angulo = FindMaximum[{R4, 40 <= x <= 41}, {x, 40}]  
ang = angulo[[2, 1, 2]]
```